

## Die Verwendung des Termevaluators 4.3 anhand einiger Beispiele

### Inhalt

Termevaluator .....	6
Danksagung.....	6
Hinweise .....	7
Erste Schritte mit dem Termevaluator .....	8
Kurzeingaben mit "Alt" .....	8
Kurzeingaben mit "Strg" .....	9
Grundrechnungsarten.....	10
Absolutbetrag.....	10
Runden auf n Kommastellen.....	10
Bruchrechnen(BR) .....	11
Periodische Dezimalbrüche(BR ...P) .....	12
Umwandlung von Bruchtermen in Dezimalbrüche (DEZ).....	12
Rechnen mit Konstanten.....	13
Potenzieren und Wurzelziehen .....	14
Potenzen.....	14
Rechnen mit Wurzeln.....	15
Quadratwurzel .....	15
Kubikwurzel .....	15
n-te Wurzel: .....	15
Wissenschaftliche Schreibweise.....	16
Logarithmen.....	17
Komplexe Zahlen.....	18
Ein- und Ausgabe in kartesischen Koordinaten .....	18
Eingabe in kartesischen Koordinaten, Ausgabe in Polarkoordinaten.....	18

Gleichungen mit der Unbekannten $x$ .....	19
Unbekannte nur im Zähler, kein Berechnen komplexer Lösungen.....	19
Bruchgleichungen und Gleichungen mit komplexen Lösungen.....	21
Quadratische Gleichungen.....	22
Lineare Gleichungen mit bis zu 4 Unbekannten .....	23
Lineare Gleichungen, bei denen die Lösung in Bruchform gewünscht wird .....	23
Lineare Gleichungen mit 2 Unbekannten $x, y$ .....	23
Lineare Gleichungen mit 3 Unbekannten $x, y, z$ .....	23
Lineare Gleichungen mit 4 Unbekannten $w, x, y, z$ .....	24
Lineare Gleichungen in 4 Unbekannten - Gauss-Jordan-Verfahren .....	25
Lineare Gleichungen mit bis zu 50 Unbekannten .....	26
Prozentrechnen .....	28
Prozentwert (Anteil) gesucht .....	28
Prozentsatz gesucht.....	28
Grundwert gesucht, wenn der Prozentwert höher ist als der Grundwert .....	28
Grundwert soll vermehrt werden .....	29
Grundwert soll vermindert werden .....	29
Beispiele mit einer Gleichung gelöst .....	29
Zinseszinsen .....	30
Funktionen.....	31
Zeichnen des Funktionsgraphen (F2) .....	31
Einstellung der Grenzen, der Farbe, der Liniendicke, der Einheit, der Skalierung, der Beschriftung .....	31
Einzelne Werte berechnen.....	32
Wertetabelle einer Funktion erstellen (FUN).....	33
Wertetabellen spezieller Funktionen .....	34
Nullstellen (NULL) .....	35

Lokale Extremstellen (MAX).....	35
Wert der 1. Ableitung an bestimmten Punkten (ABL).....	35
Tangentengleichung(ABL...t) .....	36
Wendepunkte.....	36
Punkte zeichnen(P x y) .....	37
Mit Wertepaaren Polynomfunktionen erstellen.....	38
Geradengleichung mithilfe der Funktion "Ausgleichsgerade" erstellen (Ax) .....	39
Winkelfunktionen .....	40
Umwandlung von Degree in Radiant.....	40
Umwandlung von Radiant in Degree.....	41
Sinus, Cosinus, Tangens - Funktionswerte bzw. Winkel berechnen .....	42
Winkelfunktionen $\sin(a \cdot x + b)$ , $\cos(a \cdot x + b)$ , $\tan(a \cdot x + b)$ .....	43
Winkelfunktionen zeichnen .....	44
Wachstums- und Zerfallsprozesse .....	45
Wachstumsprozesse.....	45
Zerfallsprozesse.....	46
Halbwertszeit.....	47
Schnittpunkte zweier Funktionen graphisch darstellen.....	48
Vektoren ( $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ ).....	50
Betrag von Vektoren (VB) .....	50
Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar (SV).....	50
Skalarprodukt(SP).....	51
Kreuzprodukt, Vektorprodukt (VP) .....	51
Determinante (DET A  ...).....	51
Addition von Vektoren in Matrizenschreibweise(MAT+A  ...)) .....	52
Subtraktion von Vektoren in Matrizenschreibweise (MAT-A  ...) .....	52
Matrizen (MAT).....	53

Addition von Matrizen (MAT+)	53
Subtraktion von Matrizen (MAT-)	53
Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar (SMAT)	53
Speichern von Matrizen (Vektoren)	54
Statistik und Wahrscheinlichkeit	56
Mittelwert und Standardabweichung berechnen (DAT)	56
Ermittlung eines fehlenden Wertes bei bekanntem Mittelwert	56
Erleichterte Eingabe, wenn mehrere Daten gleich sind.	57
Eingabe arithmetischer Terme zur Ermittlung einzelner Daten	57
Fakultät $k!$ (fact)	57
Binomialkoeffizient (binco; binom)	58
Binomialverteilung konkretes Versuchsergebnis (Dbinom)	58
Binomialverteilung kumuliert (Cbinom)	58
Normalverteilung	59
Wertetabelle: Dichtefunktion der Normalverteilung (Glockenkurve)	61
Standardnormalverteilungstabelle	61
Summen bilden (SUM)	62
Integral (INT)	63
Extremwertberechnungen ("Strg" e)	64
Anwendungen an konkreten Beispielen	65
1.) Ableitung	65
2.) Gleichungen	66
3.) Lineare Gleichungen	67
4.) Pythagoras	69
5.) Exponentialgleichung	70
6.) Exponentialgleichung	71
7.) Matrizen	72

8.) Mittelwert .....	76
9.) Normalverteilung.....	77
10.) Flächenberechnung .....	81
11.) Wirtschaftsmathematik - System linearer Gleichungen.....	82
12.) Gleichungssystem mit Potenzen.....	83
13.) Beispiele, die effektiver ohne TE berechnet werden sollten.....	84

## Termevaluator

Dr. Meinhard Sponheimer, StD a.D.; Carl-Strehl-Schule

Deutsche Blindenstudienanstalt Marburg

e-mail: sponheimer@blista.de

-----

Programmierung einer für Blinde und Sehbehinderte geeigneten  
Bedienungsoberfläche

-----

Verwendete Software: clsMathParser 4; "Foxes Team" (L. Volpi, M. Ruder, T.  
Zeuschler, L.Dossche, A. d. Grammont)

-----

Frei downloadbar unter der Homepage von Dr. Liese

Die neueste Version 4.3 (1.12.2018) steht ab sofort zum Download bereit.

Linkliste:

Beschreibung u. Bedienung von Termevaluator4.3:

<http://www.werner-liese.de/LiTeX/Termevaluator/Bedienungtermevaluator.pdf>

WEB-Seite zu Termevaluator4.3:

<http://www.werner-liese.de/31401.html>

Installation von Termevaluator4.3:

<http://www.werner-liese.de/LiTeX/Termevaluator/InstallationTermevaluator.zip>

Installation von Termevaluator4.3ohne Grafik:

<http://www.werner->

[liese.de/LiTeX/Termevaluator/InstallationTermevaluator\\_ohneGrafik.zip](http://www.werner-liese.de/LiTeX/Termevaluator/InstallationTermevaluator_ohneGrafik.zip)

-----

## Danksagung

Ich bedanke mich für die freundliche Unterstützung durch Dr. Sponheimer bei allen  
Fragen und Wünschen, die während der Erstellung des Skriptums aufgetreten sind.

-----

## Hinweise

Die Version 4.3 (01.12.2018) enthält Neuerungen/Änderungen primär in folgenden Unterkapiteln:

Rundungsfehler bei 5 ist beseitigt

Speicherung von Daten

Bruchrechnung / Periodische Dezimalbrüche

Polarkoordinaten/Kartesische Koordinaten

Mittelwert / Standardabweichung

Funktionswertetabellen für spezielle Funktionen - Kurzbefehle -

Skalares Vielfache einer Matrix

Skalares Vielfache eines Vektors

-----

Um fehlerhafte Ausgaben zu vermeiden, ist es sinnvoll, vor jeder Eingabe mit "Alt" | die vorangegangene Eingabe zu löschen.

-----

## Erste Schritte mit dem Termevaluator

3 Fenster:

Hauptfenster (Rechnungen, Terme, .... werden eingegeben)

Formblatt (Zusatzinformationen zu den Lösungen werden angegeben)

Grafikfenster (1-2 Funktionen können eingegeben, bzw. graphisch dargestellt werden)

---

Bei der Eingabe können Abstände zur besseren Lesbarkeit eingegeben werden, müssen aber nicht.

Dezimalzahlen können mit "," oder mit "." eingegeben werden.

---

Nach dem Öffnen des Termevaluators erscheint das Hauptfenster:

"Alt" - Pfeil nach rechts - Pulldownmenüs - verschiedene wichtige Kurzinformationen sind abrufbar.

-----

### Kurzeingaben mit "Alt"

"Alt" e = Eingabe im Hauptfenster

"Alt" a oder "Enter" = Ausgabe im Hauptfenster

"Alt" l = Eingabe löschen, Cursor springt in die Eingabezeile

"Alt" z = Vorbereitung zum Einfügen der Ausgabe in ein anderes Dokument (zB mit "Strg" v in ein Worddokument einfügen)

"Alt" k = Vorbereitung zum Einfügen der Ausgabe einer Grafik in ein anderes Dokument (zB mit "Strg" v in ein Worddokument einfügen)

"Alt" 1 = Speichern einer Ausgabe

"Alt" 2 = Einfügen des gespeicherten Inhalts

"Alt" x führt zu Strings, mit Pfeiltasten ansteuerbar, durch "Enter" wird der String in die Eingabezeile eingefügt, mit "Alt" e - gelangt man zurück zum Eingabefeld

"Alt" z führt vom Grafikfenster zurück ins Hauptfenster

"Alt" o führt vom Formblatt zurück ins Hauptfenster

-----



## Kurzeingaben mit "Strg"

Diese Kurztasten führen bei geöffnetem Hauptfenster direkt in die Eingabezeile und öffnen bestimmte Funktionen.

---

Grundrechnungsarten:

"Strg" b - Bruchrechnen, Ausgabe in Bruch (im Nenner nur rationale Zahlen möglich, keine Potenzen möglich)

---

Gleichungen:

"Strg" g - Gleichung in x lösen

"Strg" m - lineare Gleichungen mit bis zu 50 Unbekannten

---

Funktionen:

"Strg" f - Funktionswertetabelle einer Funktion  $f(x)$

"Strg" h - Hoch/Tiefpunkte einer Funktion  $f(x)$  werden berechnet

"Strg" n - Nullstellen einer Funktion  $f(x)$  werden berechnet

"Strg" w - Wendepunkte werden berechnet

"Strg" a - 1. Ableitung einer Funktion  $f(x)$  an einer bestimmten Stelle

"Strg" i - bestimmtes Integral berechnen

---

"Strg" e - Berechnung von Extremwertaufgaben

---

"Strg" o - Lineare Optimierung

Statistik:

"Strg" d - Daten zur Bestimmung von Mittelwert und Standardabweichung

---

"Strg" k - Rechnen mit komplexen Zahlen

---

Rechnen mit Vektoren

"Strg" l - Berechnung des Schnittpunktes (Fußpunktes), wenn eine Normale von einem Punkt auf eine Gerade oder eine Ebene gezogen wird.

-----

## Grundrechnungsarten

Abstände sind egal!!!!

$4 + 5 = 4 + 5 = 4 + 5$

Komma: Eingabe Beistrich oder Punkt; Ausgabe: Beistrich

Vorzeichen müssen nicht in Klammern gesetzt werden!!!  $5 * -5 = -25$

Die Stellenanzahlen. 6, 10, 14 sind voreingestellt. (mehrmals "Alt" s zum Ändern)

"Alt" e Eingabe

"Alt" l löschen der Eingabe

"Alt" a oder "Enter" zeigt die Ausgabe an

"Alt" z bereitet zum Einfügen der Ausgabe vor

Speichern des letzten Ergebnisses: "Alt" 1

Recall Memory: "Alt" 2

---

zB:

$3 - 5 \rightarrow -2$

$5.3 * 3.7 \rightarrow 19.61$

$5/3 \rightarrow 1,6667$  (je nach Einstellung der Stellenzahl)

-----

## Absolutbetrag

$\text{abs}(-7) \rightarrow 7$

-----

## Runden auf n Kommastellen

$\text{round}(a|n)$

---

zB:

$\text{round}(7,7155|2) \rightarrow 7,72$

$\text{round}(54,678|2) \rightarrow 54,68$

---

**Hinweis: Rundungsfehler bei 5 ist in Version 4.3 (01.12.2018) behoben!**

-----

## Bruchrechnen(BR)

mehrere Möglichkeiten:

"Alt" e oder "Alt" I +BR oder "Strg" b eingeben;

---

Eingabe nach den Vorrangregeln. Im Nenner müssen alle Brüche und Dezimalzahlen zwischen Klammern stehen!

BR funktioniert nur mit den Grundrechnungsarten. (nicht aber mit Wurzelziehen)

---

zB:

Dezimalzahlen in Bruch verwandeln:

BR 3,42

Ausgabe

$$171/50 = 3 + 21/50$$

---

Rechnen mit Bruchzahlen

BR 6/3+9/2-18/6

Ausgabe

$$7/2 = 3 + 1/2$$

---

BR 3/2\*(7/4+3/4)/(1/2)

Ausgabe

$$15/2 = 7 + 1/2$$

---

BR (2/3)^3

Ausgabe

$$8/27$$

-----



## Rechnen mit Konstanten

Es ist nicht möglich, die Eulersche Zahl  $e$  und die Ludolfsche Zahl  $\pi$  im Ergebnis als solche anzuzeigen

$e\#$  oder  $\exp()$  Eulersche Zahl

$\pi\#$  oder  $\pi$  Ludolfsche Zahl

---

zB:

$e\#*3$  oder  $\exp(1)*3$  --> 8,15485 (Einstellung: Stellenzahl 6)

$5*\pi$  =  $5*\pi\#$  --> 15,708 (Einstellung: Stellenzahl 6)

---

$i$  wird nur als Wurzel aus -1 identifiziert, wenn der Befehl KOM oder POL (für Rechnen mit komplexen Zahlen) vorangestellt ist

KOM  $i*i$  --> -1

POL  $i*i$  --> Betrag 1, Winkel: 180 DEG (voreingestellt: Degree)

POL  $i*i$  --> Betrag: 1 Winkel: 3,1415926536 RAD (voreingestellt: Radiant)

-----

## Potenzieren und Wurzelziehen

Hinweis: Potenzen mit einer negativen Basis und einem Bruch als Exponenten führt zu einer Fehlermeldung, auch wenn es eine reelle Lösung gibt (z.B. 3. Wurzel aus minus 8), weil eine logarithmische Auswertung einer Potenz mit negativer Basis und nicht-ganzzahligem Exponenten in diesem Programm nicht durchführbar ist!

### Potenzen

$$3^2 \rightarrow 9$$

$$-3^2 \rightarrow -9$$

$$(-3)^2 \rightarrow 9$$

$$3^{-2} \rightarrow 0,111111 \text{ (Einstellung: 6 Stellen)}$$

---

$$8^{2/3} \rightarrow 4$$

$$9^{0,5} \rightarrow 3$$

$$(-9)^{0,5} \rightarrow \text{Eingabe nicht korrekt!}$$

$$27^{1/3} \rightarrow 3$$

$$-(27/8)^{1/3} \rightarrow -1,5$$

Statt  $(-27)^{1/3}$  die Möglichkeiten der Wurzeldarstellung verwenden. (siehe Hinweis)

---

## Rechnen mit Wurzeln

generell: n-te Wurzel aus a:  $\text{root}(a|n)$

Quadratwurzel zusätzlich:  $\text{sqrt}(a)$

Kubikwurzel auch:  $\text{cub}(a)$

Potenzschreibweise, wenn  $a \geq 0$ :  $a^{(1/n)}$  zB:  $(5^{(3/2)}, 3^{(-4)}, 2^{0,5}; 5^{0.25})$

---

## Quadratwurzel

zB:  $5 * \text{sqrt}(5) = 5 * 5^{0.5} = 5 * 5^{(1/2)} = 5 * \text{root}(5|2) = 11,1803$

---

## Kubikwurzel

zB:  $\text{cub}(8) = \text{root}(8|3) = 8^{(1/3)} = 2$

$\text{cub}(27/8) = \text{root}(27/8|3) = (27/8)^{(1/3)} = 1,5$

Soll das Ergebnis in Bruchform angegeben werden, sind 2 Schritte erforderlich, da die Funktion BR nur bei den Grundrechnungsarten funktioniert!

Eingabe:  $\text{cub}(27/8)$  oder  $\text{root}(27/8|3)$  oder  $(27/8)^{(1/3)}$

Ausgabe: 1,5

Eingabe: BR 1,5

Ausgabe:  $3/2 = 1 + 1/2$

---

$\text{cub}(-27) \rightarrow$  Ausgabe: -3

$\text{root}(-27|3) \rightarrow$  Ausgabe: - 3

**Hinweis:  $(-27)^{(1/3)} \rightarrow$  Ausgabe: Eingabe nicht korrekt!**

**Eine logarithmische Auswertung einer Potenz mit negativer Basis und nicht-ganzzahligem Exponenten ist nicht durchführbar!**

---

## n-te Wurzel:

$\text{root}(a|n)$  oder wenn a positiv auch:  $a^{(1/n)}$ .

---

zB: 5. Wurzel aus 32:  $\text{root}(32|5) = 32^{(1/5)} \rightarrow 2$

8. Wurzel aus  $2^8$ :  $\text{root}(2^8|8) = 2^8^{(1/8)} = 2$

---

## Wissenschaftliche Schreibweise

Die wissenschaftliche Schreibweise bei positiven Exponenten hängt von der eingestellten Anzahl der Stellen ab.

---

Einstellung: Stellenanzahl 1 - führt generell zu einer wissenschaftlichen Schreibweise

$9 \cdot 10^1$   
Ausgabe  
 $9E+01$

---

Stellenanzahl: 6 --> bei 7 Stellen wird die wissenschaftliche Schreibweise verwendet

$98147 \cdot 2$  aber:  $981470 \cdot 2$   
Ausgabe Ausgabe  
 $196294$   $1,96294E+06$

---

Stellenanzahl: 10 - bei 11 Stellen wird in die wissenschaftliche Schreibweise gewechselt.

$9 \cdot 10^3 \cdot 10^5$  aber:  $9 \cdot 10^6 \cdot 10^5$   
Ausgabe Ausgabe  
 $900000000$   $9E+11$

---

Bei negativen Exponenten wird die wissenschaftliche Schreibweise verwendet, sobald das Ergebnis kleiner ist als 0,001

$9 \cdot 10^{-1}$   
Ausgabe  
 $0,9$

$9 \cdot 10^{-2}$   
Ausgabe  
 $0,09$

$9 \cdot 10^{-4}$   
Ausgabe  
 $9E-04$



## Logarithmen

$\lg(a)$  = Logarithmus von a zur Basis 10

$\ln(a)$  = Logarithmus von a zur Basis e

$\log_N(a|n)$  = Logarithmus von a zur Basis n

---

zB:

```
lg(100)
Ausgabe
2
```

```
ln(e#^3)
Ausgabe
3
```

```
logN(16|2)
Ausgabe
4
```

-----

## Komplexe Zahlen

### Ein- und Ausgabe in kartesischen Koordinaten

strg k -->KOM

---

zB:

KOM(5+3i)\*(2-i) --> (13 +i)

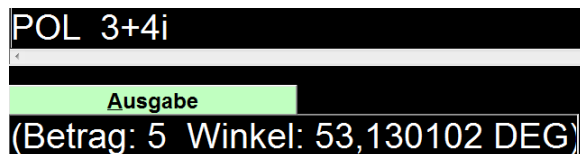
KOM(5+3i)/(2-i) --> (1,4 +2,2\*i)

KOM(3+i)^3 -->(18+26\*i)

### Eingabe in kartesischen Koordinaten, Ausgabe in Polarkoordinaten

strg p --> POL

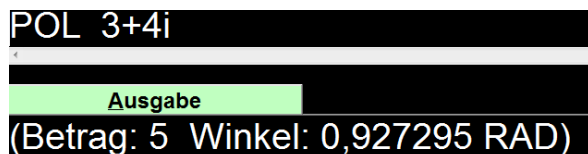
Einstellung: "Alt" w so oft bis "Degree" gewählt ist



POL 3+4i  
Ausgabe  
(Betrag: 5 Winkel: 53,130102 DEG)

strg p --> POL

Einstellung: "Alt" w so oft bis "Radiant" gewählt ist



POL 3+4i  
Ausgabe  
(Betrag: 5 Winkel: 0,927295 RAD)

-----

Hinweise: Änderungen ab Version 4.3 (01.12.2018) - siehe Bedienungsanleitung.

-----

## Gleichungen mit der Unbekannten x

### Unbekannte nur im Zähler, kein Berechnen komplexer Lösungen

Die Unbekannte muss mit "x" bezeichnet werden

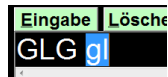
Diese Funktion nicht verwendbar bei:

- ) Gleichungen, die ein x im Nenner haben (siehe: Bruchgleichungen)
- ) Gleichungen, die ein Integral enthalten
- ) Gleichungen mit Hochzahlen >9

---

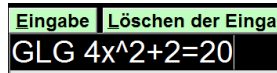
Eingabe: "Strg" g (oder GLG) und "Enter"

Es erscheint



Eingabe Lösche  
GLG g

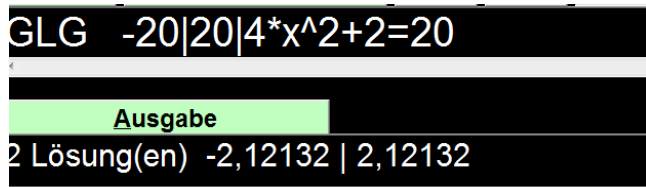
Die Gleichung eingeben, es wird automatisch das "gl" überschrieben



Eingabe Löschen der Eingabe  
GLG 4x^2+2=20

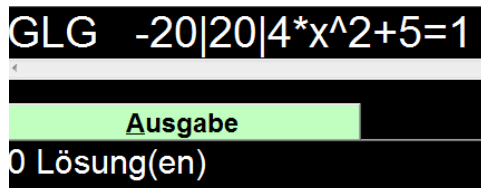
"Enter"

Es werden automatisch die Schranken -20,20 angegeben, diese können beliebig verändert werden.



GLG -20|20|4\*x^2+2=20  
Ausgabe  
2 Lösung(en) -2,12132 | 2,12132

Komplexe Lösungen werden mit diesem Befehl nicht ausgerechnet:



GLG -20|20|4\*x^2+5=1  
Ausgabe  
0 Lösung(en)

---

Veränderte Schranken bei einer Gleichung 3. Grades

```
GLG -40|40|4*x^3-2*x^2+5*x-72=20
Ausgabe
1 Lösung(en) 2,865274
```

---

Berechnug von Exponenten

```
GLG -20|20|2^x=8
Ausgabe
1 Lösung(en) 3
```

```
GLG -20|20|3^x=1/3
Ausgabe
1 Lösung(en) -1
```

```
GLG -20|20|e#^x=e#^2
Ausgabe
1 Lösung(en) 2
```

Gleichungen, die Logarithmen enthalten

Hier mussten die Schranken erweitert werden, sonst wäre die Antwort: 0 Lösungen

```
GLG -100|100|x*lg(100)=200
Ausgabe
1 Lösung(en) 100
```

Hinweis: Bei den folgenden Beispielen mit  $\lg(x)$  kann die Ausgabe lange dauern, wenn die Schranken zu weit gesteckt sind oder bei zu engen Schranken, kommt die Meldung: "Berechnung nicht durchführbar".

```
GLG 80|102||lg(x)=2
Ausgabe
1 Lösung(en) 100(mehrfach)
```

Bei einer Gleichung mit einer Winkelfunktionen darauf achten, dass "rad" eingestellt ist. Die Intervalle eingrenzen.

```
GLG -2|2|x*sin(x)=1
Ausgabe
2 Lösung(en) -1,114157 | 1,114157
```

-----

## Bruchgleichungen und Gleichungen mit komplexen Lösungen

Eingabe: ALG oder "Alt" x und a, dann mit den Pfeiltasten bis zu "Algebraischer Gleichung" klicken und "Enter"

---

Terme mit der Variablen x im Nenner müssen in eckigen Klammern geschrieben werden.

---

zB: Ausgabe im Formblatt:

Eingabe	Löschen der Eingabe
ALG 2/[x+3]=2	

Die Gleichung:  $2/(x+3) = 2$   
hat folgende Lösungen:  
(-2)

---

ALG x^2+4=0	Die Gleichung: $x^2+4 = 0$ hat folgende Lösungen: (2i) (-2i)
Ausgabe	

Auch lineare Gleichungen in einer Variablen können mit ALG berechnet werden.

ALG 4+x=5	Die Gleichung: $4+x = 5$ hat folgende Lösungen: (1)
-----------	---

## Quadratische Gleichungen

statt mit "Strg" g und Eingabe der Gleichung mit der Unbekannten x, kann auch das Lösen mithilfe einer quadratischen Gleichung der Form:

$$a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0 \text{ erfolgen.}$$

---

zB:

$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

"Strg" q oder QUAD und enter: es erscheint:

Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)RCL |  
QUAD | a 2 | a 1 | a 0 | |

Koeffizienten einfügen und "Enter"

QUAD | a 2 | 1 | a 1 | -2 | a 0 | 4 |

oder Quad und Koeffizienten eingeben

QUAD | 1 | -2 | 4 |

Ausgabe:

Die Lösungen der quadratischen Gleichung sind komplex!  
 $x_1 = 1 + \sqrt{3} \cdot i = 1 + 1,732051 \cdot i$   
 $x_2 = 1 - \sqrt{3} \cdot i = 1 - 1,732051 \cdot i$   
  
Koeffizienten der Gleichung  $a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$ :  
 $a_2 = 1$   
 $a_1 = -2$   
 $a_0 = 4$

---

$$4x^2 + 8x = -4 \rightarrow \text{umformen: } 4x^2 + 8x + 4 = 0$$

Eingabe: "Strg" q; Koeffizienten einfügen

Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)RCL |  
QUAD | a 2 | 4 | a 1 | 8 | a 0 | 4 |

"Enter" --> Ausgabe:

Die Lösungen der quadratischen Gleichung sind reell!  
 $x_1 = -1$   
 $x_2 = -1$   
  
Koeffizienten der Gleichung  $a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$ :  
 $a_2 = 4$   
 $a_1 = 8$   
 $a_0 = 4$

-----

oder mit "Lösen einer Gleichung in x"

GLG | -20 | 20 | 4 \* x^2 + 8 \* x = -4 |  
Ausgabe  
1 Lösung(en) -1(mehrfach)

## Lineare Gleichungen mit bis zu 4 Unbekannten

Die Variablen müssen nach dem Alphabet , die Zahl nach dem "=" eingegeben werden. Die Lösungen erfolgen in Dezimalschreibweise

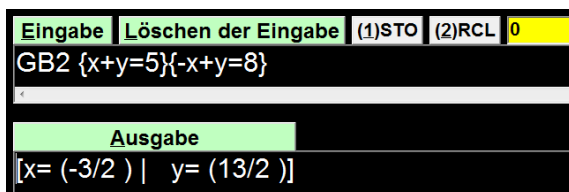
Eingabe: GL2 (mit x und y), GL3 (mit x, y und z), GL4 (mit w, x, y, z) und "Enter"

## Lineare Gleichungen, bei denen die Lösung in Bruchform gewünscht wird

Eingabe: GB2 (mit x und y), GB3 (mit x, y und z), GB4 (mit w, x, y, z) und "Enter"

---

zB:



-----

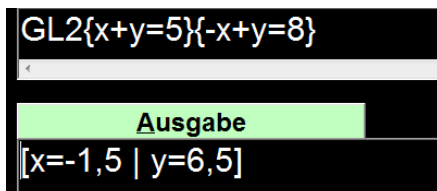
## Lineare Gleichungen mit 2 Unbekannten x, y

GL2 und "Enter" - Eingabe erst x, dann y; die Zahl nach dem "="

Es erscheint GL2{ }{ }

---

zB:



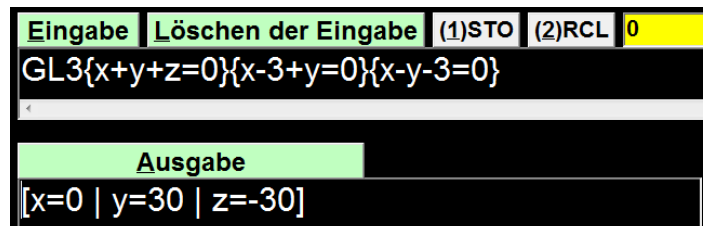
-----

## Lineare Gleichungen mit 3 Unbekannten x, y, z

GL3 und "Enter" Eingabe x, y, dann z; die Zahl nach dem "="

Es erscheint GL3{ }{ }

Die Eingabe der Variablen muss nach dem Alphabet erfolgen! Die Zahl muss nach dem "=" stehen



## Lineare Gleichungen mit 4 Unbekannten w, x, y, z

Angabe:

$$5a + 3b + 4c + 4d = 181$$

$$4a + 3b + 5c = 142$$

$$2a + 3b + 3c + 4d = 144$$

$$a + 3b + 4d = 97$$

--> Umschreiben und zum Kopieren vorbereiten: 0 muss nicht angegeben werden!

$$4w + 5x + 3y + 4z = 181$$

$$4x + 3y + 5z = 142$$

$$4w + 2x + 3y + 3z = 144$$

$$4w + x + 3y = 97$$

-----

GL4 und "Enter" - Die Eingabe der Variablen muss nach dem Alphabet erfolgen!

The screenshot shows a software interface for solving a system of four linear equations (GL4). The input field contains the equations:  $4w + 5x + 3y + 4z = 181$ ,  $4x + 3y + 5z = 142$ ,  $4w + 2x + 3y + 3z = 144$ , and  $4w + x + 3y = 97$ . Below the input field is a green button labeled "Ausgabe". The output field displays the solution:  $[w=11 \mid x=8 \mid y=15 \mid z=13]$ . To the right of the output field is an orange button labeled "Berechnung".

-----



## Lineare Gleichungen in 4 Unbekannten - Gauss-Jordan-Verfahren

Eingabe in Matrizenschreibweise:

keine Umbenennung der Variablen, es muss nur die Reihenfolge der Variablen in allen Gleichungen gleich sein. Die Zahl muss rechts nach dem "=" stehen.

Angabe:

$$5a + 3b + 4c + 4d = 181$$

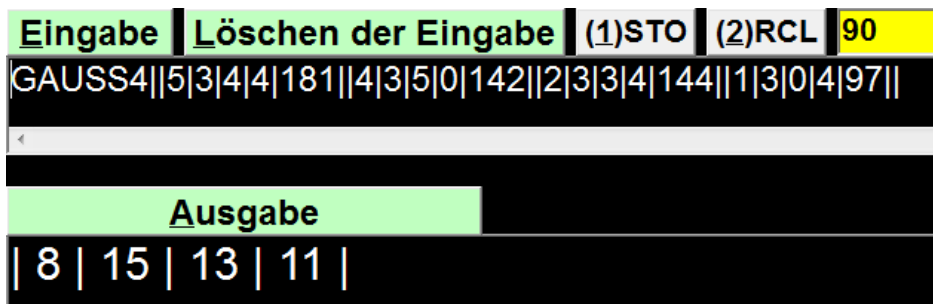
$$4a + 3b + 5c = 142$$

$$2a + 3b + 3c + 4d = 144$$

$$a + 3b + 4d = 97$$

"GAUSS 4" weist darauf hin, dass es 4 Unbekannte gibt.

|| bedeutet Zeilenwechsel; | bedeutet neuer Koeffizient, auch 0 muss geschrieben werden!



Außerdem erscheint die Ausgabe:

Das Gleichungssystem besitzt die Lösung  $x = (x_{(1)} \dots x_{(4)})$ :

$$x_{(1)} = 8$$

$$x_{(2)} = 15$$

$$x_{(3)} = 13$$

$$x_{(4)} = 11$$

-----

## Lineare Gleichungen mit bis zu 50 Unbekannten

Lösung mit dem Gauss-Jordan-Verfahren

"GAUSS n" - n Unbekannte; || bedeutet Zeilenwechsel; | bedeutet neuer Koeffizient, auch 0 muss geschrieben werden!

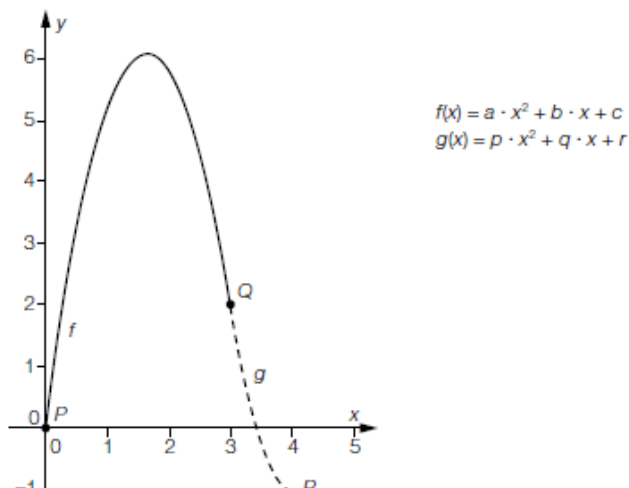
---

zB:

In der Computergrafik werden mathematische Funktionen und Vektoren zur Modellierung eingesetzt.

- a) Im Programm *Paint* werden zur Darstellung gekrümmter Linien sogenannte Splines verwendet. Für einen quadratischen Spline werden durch je zwei der drei Messpunkte  $P = (0|0)$ ,  $Q = (3|2)$  und  $R = (4|-1)$  zwei unterschiedliche quadratische Funktionen  $f$  und  $g$  gelegt.

Der Graph von  $f$  verläuft durch  $P$  und  $Q$ , der Graph von  $g$  durch  $Q$  und  $R$ . Im Punkt  $Q$  müssen die Graphen knickfrei ineinander übergehen. (Knickfrei bedeutet, dass die Funktion an dieser Stelle den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung hat.) Die Funktion  $g$  hat im Punkt  $R$  eine waagrechte Tangente.



Lösung:

$$a) f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad g(x) = p \cdot x^2 + q \cdot x + r \quad f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b \quad g'(x) = 2 \cdot p \cdot x + q$$

$$\begin{array}{ll} \text{I: } f(0) = 0 & \Rightarrow c = 0 \\ \text{II: } f(3) = 2 & \Rightarrow 9 \cdot a + 3 \cdot b + c = 2 \\ \text{III: } f'(3) = g'(3) & \Rightarrow 6 \cdot a + b = 6 \cdot p + q \\ \text{IV: } g(3) = 2 & \Rightarrow 9 \cdot p + 3 \cdot q + r = 2 \\ \text{V: } g(4) = -1 & \Rightarrow 16 \cdot p + 4 \cdot q + r = -1 \\ \text{VI: } g'(4) = 0 & \Rightarrow 8 \cdot p + q = 0 \end{array}$$

Angabe des Gleichungssystems in Matrizenform:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & -1 & 0 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 16 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{20}{9}, \quad b = \frac{22}{3}, \quad c = 0, \quad p = 3, \quad q = -24, \quad r = 47$$

$$\text{I: } f(0) = 0 \rightarrow c = 0$$

$$\text{II: } f(3) = 2 \rightarrow 9a + 3b + c = 2$$

$$\text{III: } f'(3) = g'(3) \rightarrow 6a + b = 6p + q$$

$$\text{IV: } g(3) = 2 \rightarrow 9p + 3q + r = 2$$

$$\text{V: } g(4) = -1 \rightarrow 16p + 4q + r = -1$$

$$\text{VI: } g'(4) = 0 \rightarrow 8p + q = 0$$

---

Lösung mit dem Gauss-Jordan-Verfahren

Vorbereitung:

Gleichungen in 6 Unbekannten:

$$\text{I: } 0a + 0b + 1c + 0p + 0q + 0r = 0$$

$$\text{II: } 9a + 3b + 1c + 0p + 0q + 0r = 2$$

$$\text{III: } 6a + 1b + 0c - 6p - 1q + 0r = 0$$

$$\text{IV: } 0a + 0b + 0c + 9p + 3q + 1r = -1$$

$$\text{V: } 0a + 0b + 0c + 16p + 4q + 1r = -1$$

$$\text{VI: } 0a + 0b + 0c + 8p + 1q + 0r = 0$$

---

Eingabe:

```
GAUSS 6||0|0|1|0|0|0|0||9|3|1|0|0|0|2||6|1|0|-6|-1|0|0||0|0|0|9|3|1|2||0|0|0|16|4|1|-  
1||0|0|0|8|1|0|0||
```

Ausgabe:

```
| -2,2222222 | 7,3333333 | 0 | 3 | -24 | 47 |
```

-----

## Prozentrechnen

Berechnen in Form einer Gleichung

$q = p/100$ ;  $A = G * q$ ; A ... Anteil (Prozentwert, PW); G ... Grundwert (GW)

oder

Verwendung der speziellen mathematischen Funktionen für Prozentrechnungen

-----

### Prozentwert (Anteil) gesucht

Eingabe: PW - "Enter"

Prozentwert (Anteil) ist gesucht, Grundwert und Prozentsatz sind gegeben

The screenshot shows a calculator interface with a black background. The input field contains the formula `GW|200|*PS|5|%`. Below the input field, a green bar displays the word **Ausgabe**. The output field shows the result `Prozentwert(PW): 10`.

Grundwert von 200 wird um 5 % erhöht.

-----

### Prozentsatz gesucht

Eingabe: PS - "Enter"

Prozentsatz ist bei gegebenem Anteil (Prozentwert) und Grundwert gesucht

The screenshot shows a calculator interface with a black background. The input field contains the formula `PW|240|/GW|200|%`. Below the input field, a green bar displays the word **Ausgabe**. The output field shows the result `Prozentsatz(PS): 120 %`.

-----

### Grundwert gesucht, wenn der Prozentwert höher ist als der Grundwert

Eingabe: GW - "Enter"

Grundwert wird gesucht, wenn er zuvor vermehrt wurde; der vermehrte Grundwert und der Prozentsatz sind bekannt.

The screenshot shows a calculator interface with a black background. The input field contains the formula `VG|220|&PS|10|%`. Below the input field, a green bar displays the word **Ausgabe**. The output field shows the result `Grundwert(GW): 200`.

Der um 10 % erhöhte Grundwert betrug 220

-----

## Grundwert soll vermehrt werden

Eingabe: VW - "Enter"

Der Grundwert soll um einen bestimmten Prozentsatz vermehrt werden

```
GW|150|+PS|20|%
Ausgabe
Vermehrter Grundwert(VG): 180
```

Der Grundwert 150 soll um 20 % erhöht werden

-----

## Grundwert soll vermindert werden

Eingabe: MW - "Enter"

Der Grundwert soll um einen gegebenen Prozentsatz vermindert werden

```
GW|180|-PS|10|%
Ausgabe
Verminderter Grundwert(MW): 162
```

-----

## Beispiele mit einer Gleichung gelöst

Der Preis beträgt nach einer Erhöhung um 15 % 67 €. Berechne den ursprünglichen Preis

$$G = x; p = 115, PW = 67$$

$$67 = x \cdot 115 / 100$$

ACHTUNG: Grenzen anpassen!!!!

```
GLG -100|100|67=x*115/100
Ausgabe
1 Lösung(en) 58,26087
```

---

Der Preis 12%igen Preisreduktion 50 €. Berechne den ursprünglichen Preis.

$$G = x; p = 88 \%; A = 50$$

$$50 = x \cdot 88 / 100$$

```
GLG -100|100|50=x*88/100
Ausgabe
1 Lösung(en) 56,818182
```

-----

## Zinseszinsen

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

$$q = (1 + p/100)^n$$

---

zB:

Ein Kapital ist von 2015 bis 2018 pro Jahr um 2,5 % gestiegen.

Um wie viel Prozent ist das Grundkapital insgesamt gestiegen, wenn 2015 als Referenzjahr gewählt wird?

$$q = (1 + 2,5/100)$$

1+2,5/100

Ausgabe

1,025

mit "Alt" 1 speichern

$$q = 1,025$$

1,025^3

Ausgabe

1,07689

mit "Alt" 2 den Wert 1,025 abrufen, das neue Ergebnis mit "Alt"

1 speichern.

---

Am 1. 1. 2015 wurden 180000 € angelegt. Welches Kapital stand am 1.1.2018 zur Verfügung?

180000\*1,07689

Ausgabe

193840

1800000 \* "Alt" 2

---

Wann wird das Kapital g bei gleichbleibendem jährlichen Zuwachs von 2,5 % 200000 €?

Intervall bei Bedarf anpassen, Unbekannte mit x bezeichnen,

GLG -20|20|180000\*1,025^x=200000

Ausgabe

1 Lösung(en) 4,266884

B

-----

## Funktionen

### Zeichnen des Funktionsgraphen (F2)

Es kann die Funktion als Term oder als  $f(x) =$  im Hauptfenster mit "Alt" e (Eingabe) oder "Alt" l oder nach Drücken von "F2" im Grafikfenster eingegeben werden.

Wird die Funktion oder der Term im Hauptmenü eingegeben:

entweder "F2" oder "Enter" und "Alt" f (Funktionsgraph) --> entweder der Graph wird gleich gezeichnet oder es werden noch Einstellungen vorgenommen und mit "Strg" p (plot) oder "Enter" wird gezeichnet.

-----

### Einstellung der Grenzen, der Farbe, der Liniendicke, der Einheit, der Skalierung, der Beschriftung

zB:

Untere Grenze auf der x-Achse:"Alt" l

Obere Grenze auf der x-Achse:"Alt" r

untere Grenze auf der y-Achse:"Alt" u

obere Grenze auf der y-Achse:"Alt" o

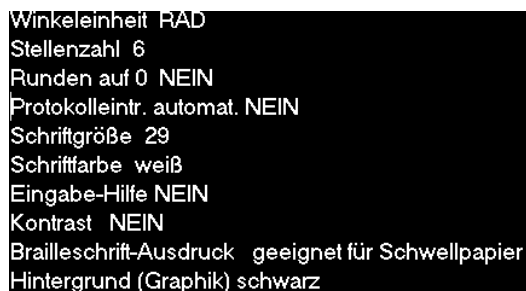
Dicke der 1. Funktion:"Alt" i

Farbe der 1. Funktion:"Alt" b

Schwarzer/weißer Hintergrund:"Alt" 3

Beschriftung der Koordinatenachsen "Alt" c (Schwarzschrift, Marburgerschrift, 8-Punkte Braille)

mit "Alt" n können gewählte Einstellungen ausgelesen werden:

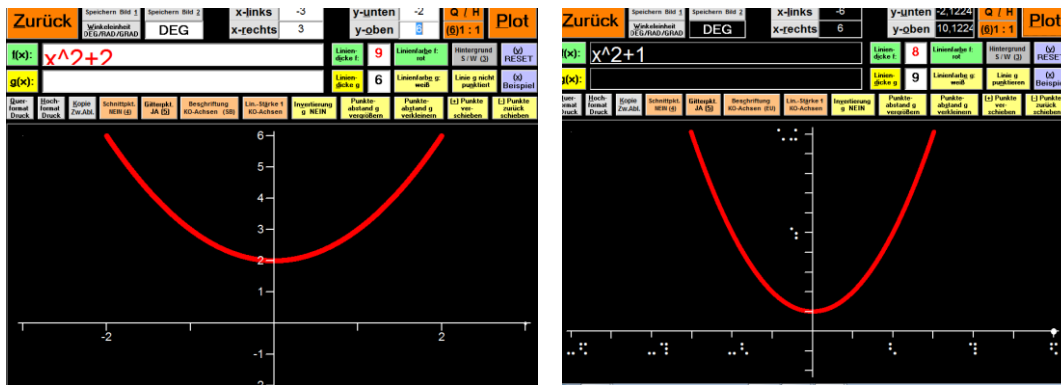


```
Winkleinheit RAD
Stellenzahl 6
Runden auf 0 NEIN
Protokolleintr. automat. NEIN
Schriftgröße 29
Schriftfarbe weiß
Eingabe-Hilfe NEIN
Kontrast NEIN
Brailleschrift-Ausdruck geeignet für Schwellpapier
Hintergrund (Graphik) schwarz
```

---

zB:

Eingabe im Grafikfenster

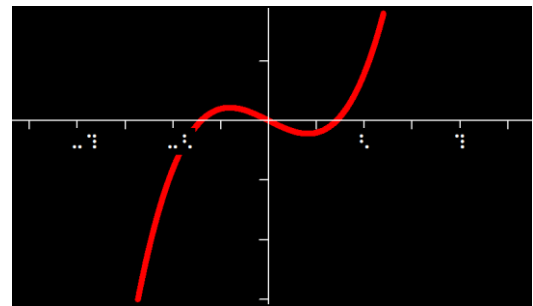


nach jeder Änderung der Einstellung wieder "Alt" p

---

zB:

Eingabe im Hauptfenster, dann "F2" oder "Enter" und "Alt" f, Einstellungen anpassen, "Enter" oder "Alt" p (Plot)



-----

### Einzelne Werte berechnen

Eingabe der Funktion:  $f(x) = x^3 - 2*x$  - "Enter" oder "F1"

Es erscheint:

Nach Eingabe des Wertes 6 entsteht:

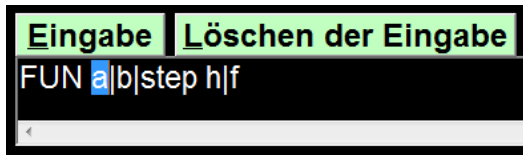
Die Lösungen sind markiert und können mit "Strg" c sofort in die Worddatei kopiert werden.

-----



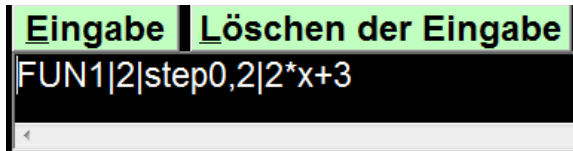
## Wertetabelle einer Funktion erstellen (FUN)

"Strg f"--> Es erscheint:



nun: Eingabe der Grenzen, der Schritte, der Funktion:

zB:



Ausgabe: die Funktionswertetabelle - mit"Alt" z einfügbar in ein Worddokument

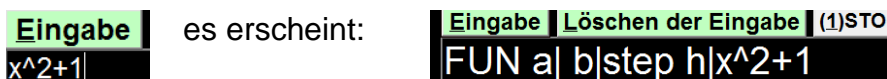
```

Funktionswertetabelle
Funktion f: f(x) = 2*x+3
x   | f(x)
1   | 5
1,2 | 5,4
1,4 | 5,8
1,6 | 6,2
1,8 | 6,6
2   | 7
    
```

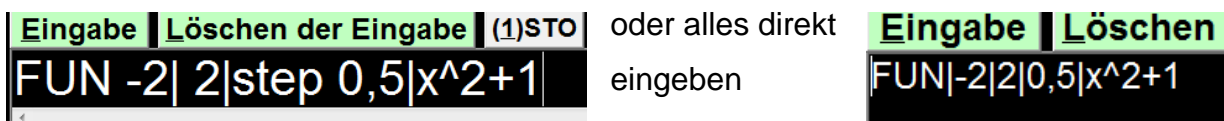
---

oder Eingabe der Funktion und dann "Strg" f

zB:



Intervall von a bis b und die Schrittgröße eingeben



"Enter" - es erscheint im Formblatt:

```

Funktionswertetabelle
Funktion f: f(x) = x^2+1
x   | f(x)
-2  | 5
-1,5| 3,25
-1  | 2
-0,5| 1,25
0   | 1
0,5 | 1,25
1   | 2
1,5 | 3,25
2   | 5
    
```

mit "Enter" wieder zurück ins Hauptmenü, mit"Alt" z vorbereiten zum Einfügen in eine andere Datei.

-----

## Wertetabellen spezieller Funktionen

Hinweis: Ab Version 4.3. (01.12.2018) stehen folgende Kurzbefehle für spezielle Funktionen zur Verfügung (siehe Bedienungsanleitung):

Mit den folgenden Kurzbefehlen werden die Eingangszeilen für den Aufruf von Funktionswertetabellen erstellt. Die vorgegebenen Begrenzungswerte für die Festlegung des Definitionsbereichs a| b| und die Schrittweite step c| können dann noch geändert werden.

Funktion: Kurzbefehl

Standardnormalverteilung: CNORM

Dichte der Standardnormalverteilung (Glockenkurve): DNORM

Exponentialfunktion zur Basis „e“: EXP

Exponentialfunktion zur Basis „10“: EXP10

Logarithmus zur Basis „e“: LN

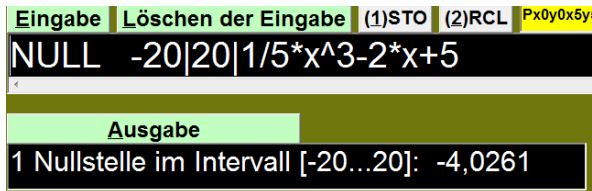
Logarithmus zur Basis „10“: LG

## Nullstellen (NULL)

"Strg" n und "Enter" --> NULL -20|20|f(x)

automatische werden die Grenzen zwischen -20 und 20 vorgeschlagen. Diese können geändert werden, nun muss die Eingabe der Funktion erfolgen

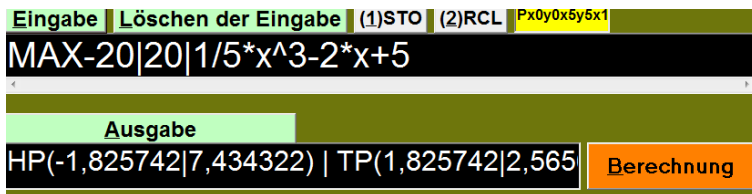
Wenn die Funktion schon da steht, wird automatisch ergänzt



-----

## Lokale Extremstellen (MAX)

"Strg" h und "Enter" --> MAX

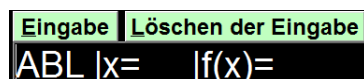


-----

## Wert der 1. Ableitung an bestimmten Punkten (ABL)

Zum Berechnen der 1. Ableitung (des Anstiegs der Tangente in einem Punkt)

Eingabe: ABL



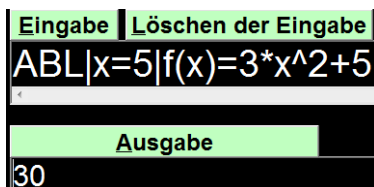
Es erscheint:

---

zB:

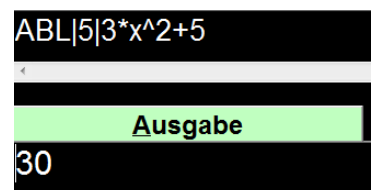
Gesucht ist der Anstieg der Funktion von  $f(x) = 3x^2 + 5$  an der Stelle 5

Eingabe: ABL und "Enter", dann x Wert und Funktion ergänzen



oder überschreiben oder alles selbst eingeben:

-----



## Tangentengleichung(ABL...t)

An das Ende der Eingabe wird "t" geschrieben.

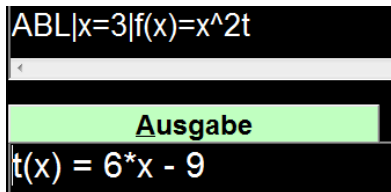
ABLx=f(x) = t

---

zB:

Gesucht ist die Tangentengleichung der Funktion  $f(x) = x^2$  an der Stelle  $x = 3$ .

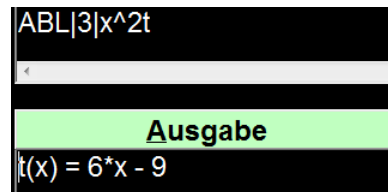
Eingabe: ABLx =3|x^2 t



oder überschreiben

oder

direkt eingeben



-----

## Wendepunkte

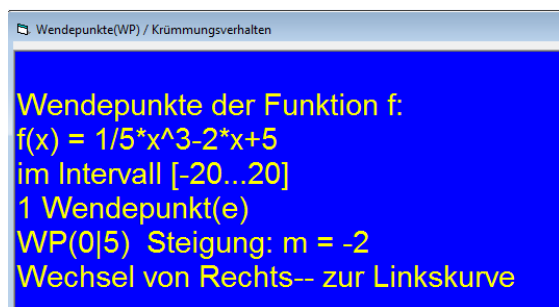
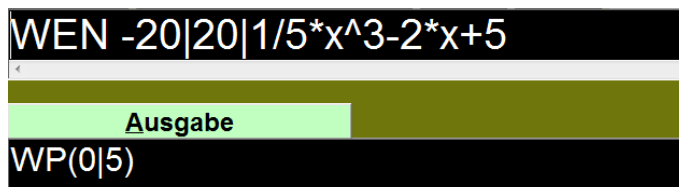
"Strg" w (WEN) und "Enter" ---> Es erscheint:

WEN f(x)

---

zB:

Funktion eingeben, es wird automatisch überschrieben und "Enter" --> es erscheint der Wendepunkt und eine genauere Information in einem 2. Bild:



mit "Alt" o oder "Enter" folgt der Wechsel zur Hauptseite

mit "Alt" z wird markiert, sodass mit "Strg"v in ein anderes Dokument eingefügt werden kann.

-----

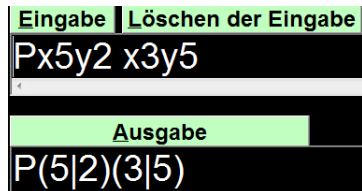
## Punkte zeichnen(P x y)

"Alt" x und Koo eingeben, mit Pfeiltasten bis "Koordinateneingabe ....." und "Enter"

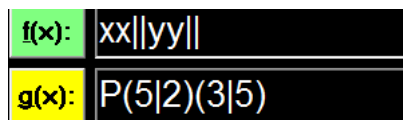
Es erscheint: P x y

---

zB

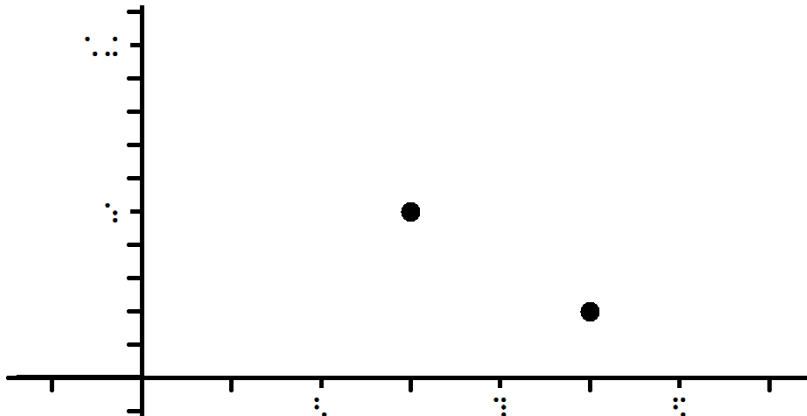
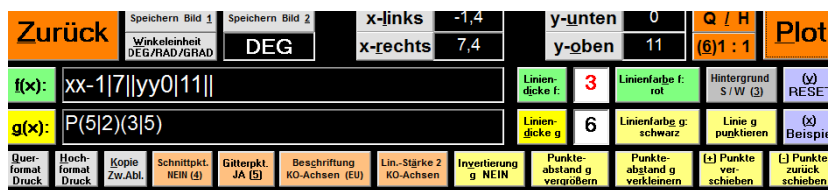


Bei Drücken der Tasten "Alt" b (berechnen) erscheint Im Grafikfenster:



Hier kann jetzt der Ausschnitt bestimmt werden, der gezeichnet werden soll

x von -1 bis 7, y von 0 bis 11, Beschriftung: Eurobraille



-----

## Mit Wertepaaren Polynomfunktionen erstellen

Jeweils ein Wertepaar mehr eingeben als der Grad der gesuchten Polynomfunktion

---

POLY (Funktion: Polynominterpolation") und "Enter"

es erscheint:

```
Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)RCL |
POLY x y x y x y
```

Wertepaare eingeben und eventuell ergänzen, wenn höherer Grad gewünscht wird.

Soll sofort auch gezeichnet werden, nach der Eingabe ein P vor das erste x setzen

---

zB:

```
Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)RCL |
POLY x-1y-1x0y0x1y1x2y8
```

"Enter"

```
Zu den Wertepaaren
(-1 | -1)
(0 | 0)
(1 | 1)
(2 | 8)
werden die Koeffizienten des Interpolationspolynoms
 $p(x) = a_{(0)} + a_{(1)}x + \dots + a_{(3)}x^3$  berechnet:
 $a_{(0)} = 0$ 
 $a_{(1)} = 0$ 
 $a_{(2)} = 0$ 
 $a_{(3)} = 1$ 
```

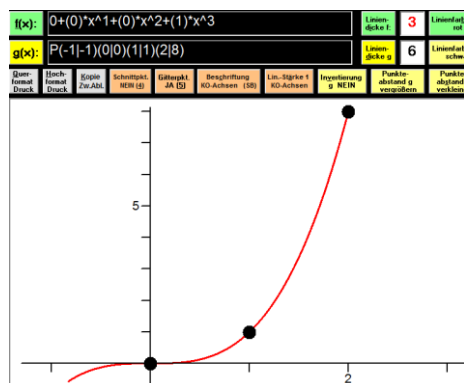
"Alt" z --> "Strg" v --> die Ergebnisse werden in ein anderes Dokument kopiert

-----

oder ein P an den Befehl "Poly" für Polynominterpolation" einfügen - und "Enter"

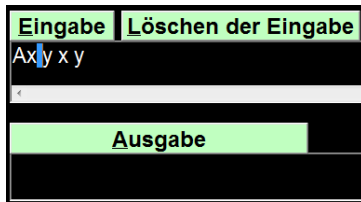
```
POLY Px-1y-1x0y0x1y1x2y8
```

Es erscheint im Funktionsfenster:



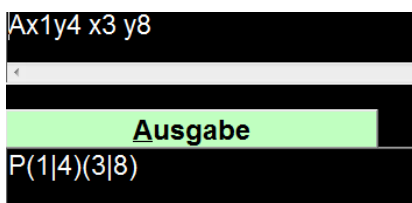
## Geradengleichung mithilfe der Funktion "Ausgleichsgerade" erstellen (Ax)

Ax und "Enter"

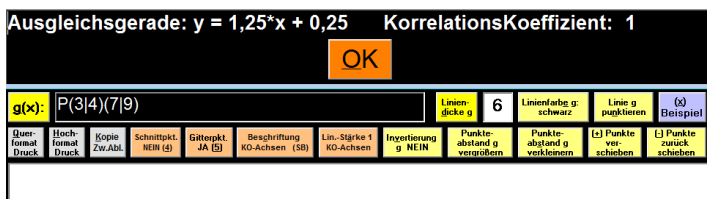


Wertepaare eingeben, 2 x "Enter" zur Berechnung, nochmals "Enter" zum Zeichnen zB:

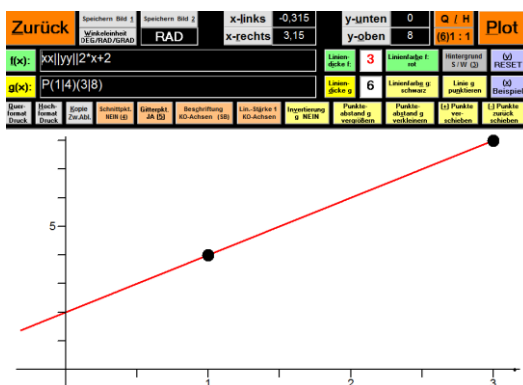
Gerade durch (1|4) und (3|8)



nach 2x "Enter" erscheint:



Wieder "Enter"



oder wie gewohnt mit POLY P x1y4x3y8 gleich zeichnen.

## Winkelfunktionen

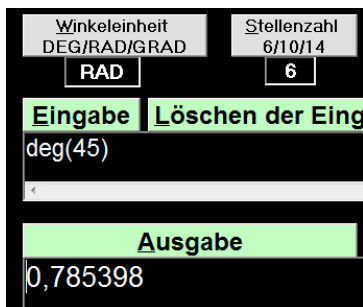
### Umwandlung von Degree in Radian

Zur Einstellung der Einheit für den Winkel so lange "Alt" w drücken, bis die gewünschte Einheit erscheint (deg, rad, grad) .

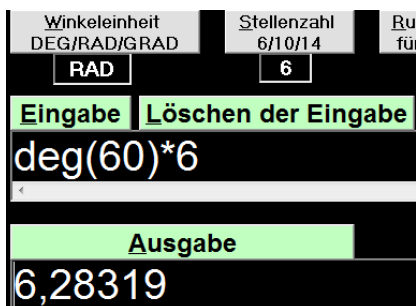
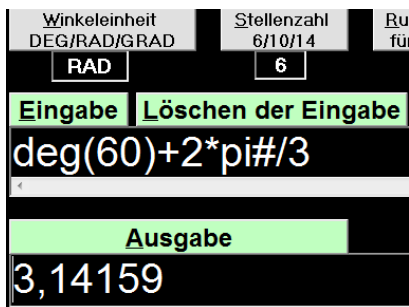
Einstellung: RAD

Eingabe: deg(Winkel in degree) - "Enter"

Ausgabe: rad (Genauigkeit von der gewählten Stellenanzahl abhängig)



Umwandeln in rad und mit gegebenen rad weiterrechnen



-----

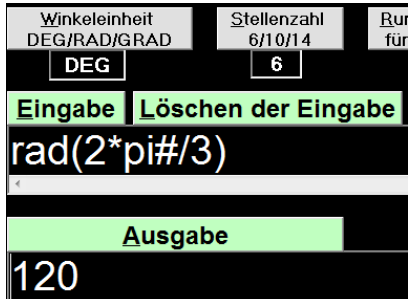


## Umwandlung von Radiant in Degree

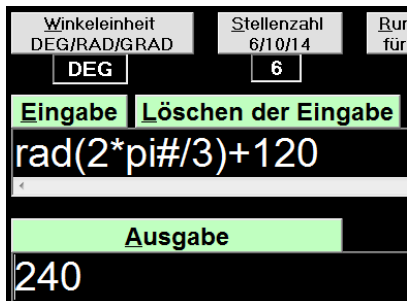
Einstellung: DEG

Eingabe rad(Winkel in rad) - "Enter"

Ausgabe: deg



Umwandeln in Degree und mit weiteren Degreeangaben rechnen:



-----

## Sinus, Cosinus, Tangens - Funktionswerte bzw. Winkel berechnen

Einstellungen:

"Alt" w so oft bis die gewünschte Einheit erscheint (deg, rad, grad)

Eingabe:  $\sin(a)$ ,  $\cos(a)$ ,  $\tan(a)$  zur Berechnung der Winkelfunktionswerte

Eingabe  $\text{asin}(a)$ ,  $\text{acos}(a)$ ,  $\text{atan}(a)$  zur Berechnung der Winkel in der vorher gewählten Einheit

The image shows two screenshots of a scientific calculator interface. The top screenshot shows the settings menu with 'Winkleinheit' set to 'DEG', 'Stellenzahl' set to '6', 'Runden auf 0 für |x|<1E-12' set to 'NEIN', 'Schriftgröße' set to '29', and 'Schriftfarbe' set to 'w'. Below the settings, the input field contains 'sin(45)' and the output field shows '0,707107'. The bottom screenshot shows the input field containing 'asin(2^0,5/2)' and the output field showing '45'. Both screenshots have a 'Berechnung' button next to the output field.

-----

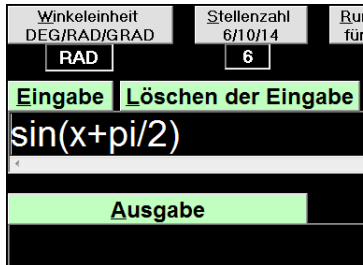
## Winkelfunktionen $\sin(a \cdot x + b)$ , $\cos(a \cdot x + b)$ , $\tan(a \cdot x + b)$

Werte berechnen:

Einstellung: rad

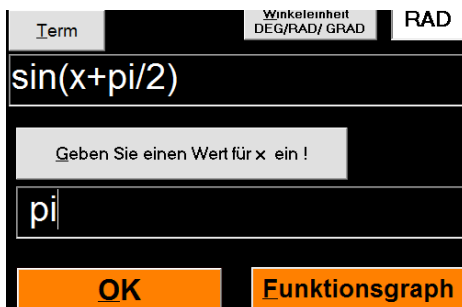
zB:

$\sin(x + \pi/2)$

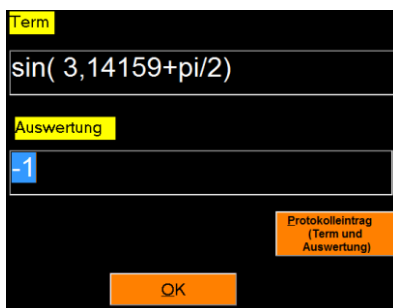


Mit "Enter" erscheint die Aufforderung zur Eingabe eines Wertes

zB: "pi"



Nach der Eingabe, und "Alt" o oder OK oder einem neuerlichen "Enter" erscheint die Auswertung.



mit "Alt" o (OK) erscheint die Aufforderung zu einer neuerlichen Eingabe dann mit "Alt" z (Zurück) erscheint das Hauptfenster

-----

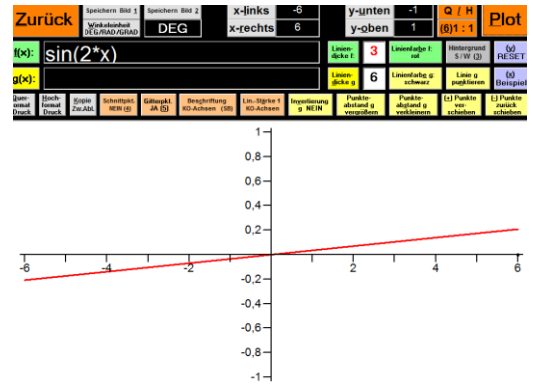
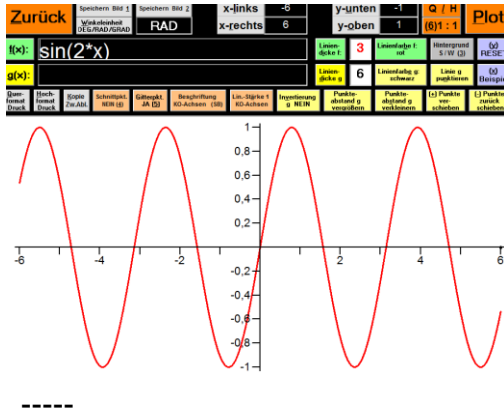
## Winkelfunktionen zeichnen

Eingabe mit oder ohne " \* ", direkt im Grafikfenster oder im Hauptfenster.

Einstellung muss "rad" sein

Einstellung: deg

zB:  $\sin(2*x)$



# Wachstums- und Zerfallsprozesse

## Wachstumsprozesse

$$N(t) = N_0 \cdot a^t$$

$$N(t) = 3,4 \cdot 1,02^t$$

Zum Drucken des Graphen

Umschreiben:

$$f(x) = 3,4 \cdot 1,02^x$$

und eingeben:

$$3,4 \cdot 1,02^x$$

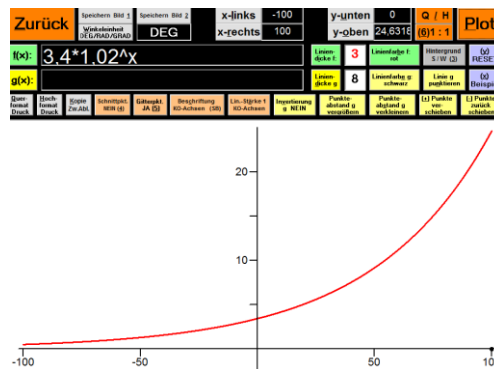
Die Ansicht einstellen mit:

"Alt" | kleinsten x-Wert

"Alt" r größten x-Wert

"Alt" u kleinsten y-Wert

"Alt" o größten y-Wert



---

zB:

Berechnen der Zeit bis zur Verdoppelung

$$2 \cdot N_0 = N_0 \cdot 1,02^t \quad | N_0$$

$$2 = 1,02^t$$

Eingabe	Löschen der Eingabe	(1)STO	(2)RCL	0
GLG -100 100 2=1,02^x				
Ausgabe				
1 Lösung(en) 35,002789				

---

zB:

Berechnung des Lambda bei gegebenem "a" = 1,02

$$a = e^{\lambda}$$

strg g und Eingabe 1,02 = e^#^x

Eingabe	Löschen der Eingabe	(1)STO	(2)RCL	0
GLG -20 20 (1,02=e#^x)				
Ausgabe				
1 Lösung(en) 0,019803				

oder

$$\lambda = \ln(1,02)$$

-----

Eingabe	Löschen der Eingabe
ln(1,02)	
Ausgabe	
0,0198026	

## Zerfallsprozesse

$$N(t) = N_0 \cdot a^t$$

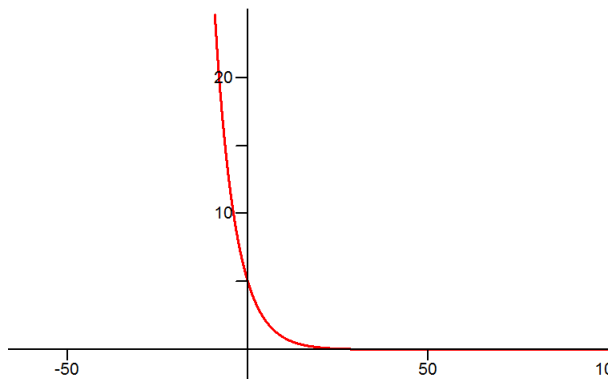
$$N(t) = 5 \cdot 0,84^t$$

Umschreiben:

$$\text{Eingabe: } 5 \cdot 0,84^x$$

F2 und "Alt" p (plot) gegebenenfalls den darzustellenden Bereich anpassen mit

"Alt" l, "Alt" r, "Alt" u, "Alt" o



Für einzelne Werte danach:

"Alt" z (Zurück zum Hauptfenster) und dann F1

und beliebigen Wert eingeben (hier wurde 29 eingegeben, wie an dem veränderten

Term zu erkennen ist)

Term
$5 \cdot 0,84^{29}$
Auswertung
0,0318471

-----

## Halbwertszeit

Halbwertszeit berechnen, wenn der prozentuelle Zerfall pro Zeiteinheit gegeben ist.

$$1/2 \cdot N_0 = N_0 \cdot a^t \quad | /N_0$$

Umschreiben in:  $0,5 = a^x$

"Strg" g und Gleichung eingeben, gegebenenfalls Intervall anpassen

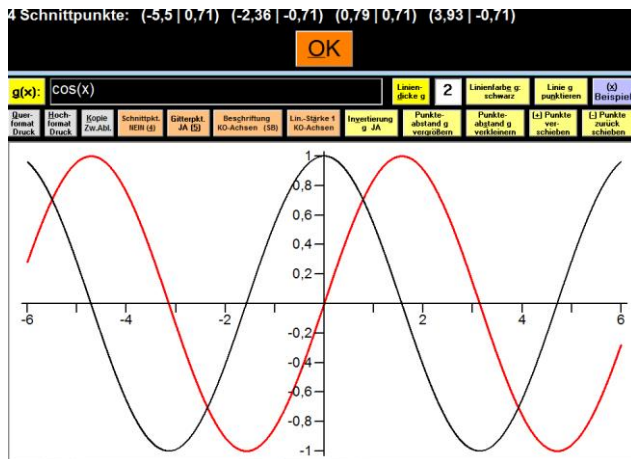
Eingabe	Löschen der Eingabe	(1)STO	(2)RCL	0
GLG -20 20 5*0,84^x=0,5				
←				
Ausgabe				
1 Lösung(en) 13,206426				

-----

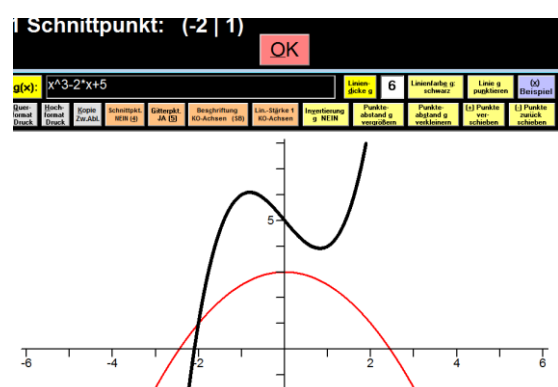
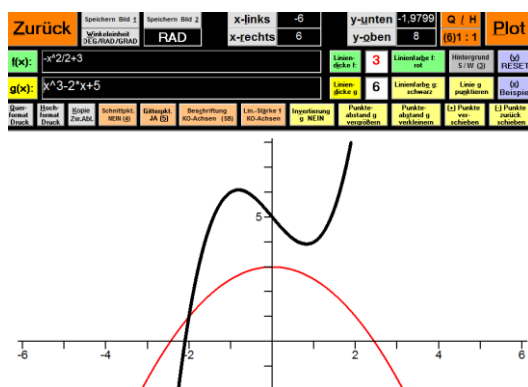
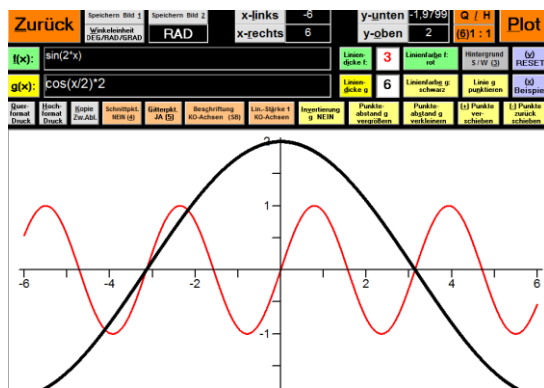
## Schnittpunkte zweier Funktionen graphisch darstellen

Bei Winkelfunktionen die Winkeleinheit unbedingt auf "rad" einstellen.

Es erscheinen auch die Schnittpunkte, die Eingabe von  $f(x)$  wird überdeckt, wenn die Einstellung: "Schnittpunkte ja" gewählt wurde. Mit "Alt" o bzw. "Enter" werden die Schnittpunkte ausgeblendet.



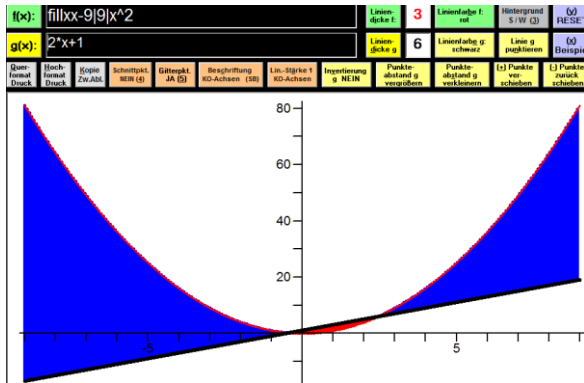
Es kann mit "Alt" 4 - ausgewählt werden, ob die Schnittpunkte berechnet werden oder nicht.





Um gemeinsame Flächen zwischen zwei Funktionen darzustellen wird "FILL" vor die erste Funktion gesetzt.

FILL muss im Feld f(x) eingetragen werden!!!



---

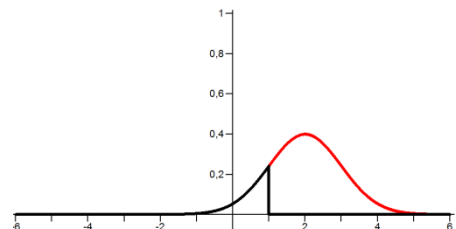
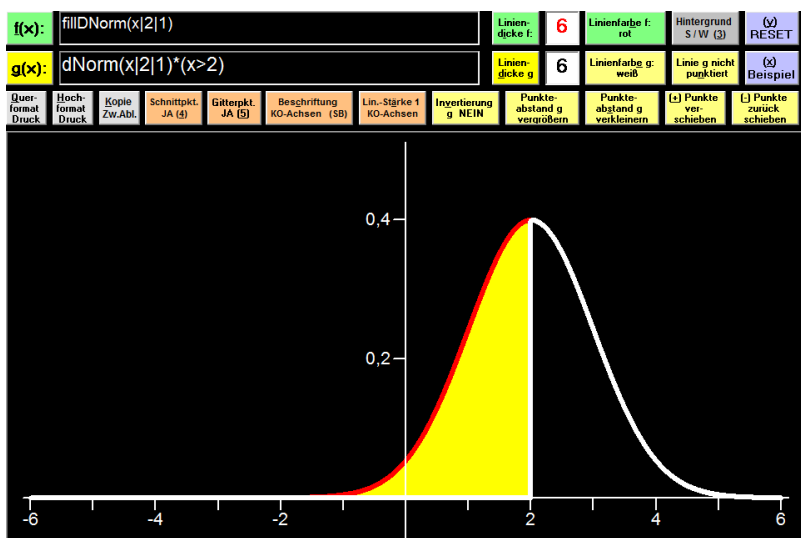
zB:

Gauss'sche Glockenkurve

Gesucht ist die graphische Darstellung, dass bei  $\mu=2$ , und  $\sigma=1$ , ein Wert größer als 2 erreicht wird, ein Wert größer als 1 erreicht wird. Den ganzen Graphen füllen, der 2. nicht gefüllte Graph ist die

Um zwei Graphen zu zeichnen, die ident oder nahezu ident sind, "Schnittpunkt" ausschalten! Den ersten Graphen füllen mit FILL, der Graph g(x) wird darüber gelegt.

$DNorm(x|2|1)$  g(x):  $CNorm(x|2|1) * (x > 2)$  bzw.  $(x > 1)$



## Vektoren (R2 und R3)

Eingabe eines Vektors:

(x|y|z) oder (x;y;z)

oder  $||x|y|z||$  (einzeilige Matrix ohne Definition als Matrix)

-----

## Betrag von Vektoren (VB)

VB , dann Eingabe des Vektors und "Enter"



-----

## Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar (SV)

Hinweis: neu in der Version 4.3 (01.12.2018)

---

zB:

Skalar: 3,1; Vektor: (1|2|3,5)

Eingabe: SV 3,1\*(1|2|3,5)

Ausgabe: Skalares Vielfache: ( 3,1 | 6,2 | 10,85 )

-----

## Skalarprodukt(SP)

Es müssen 3 Koordinaten eingegeben werden. Beim Rechnen in R2 muss die z-Koordinate 0 hinzugefügt werden.

Eingabe der beiden Vektoren:

```
SP(2|3|0)(-3|2|0)
Ausgabe
Skalarprodukt: 0
```

oder:

```
SP||2|3|0||-3|2|0||
Ausgabe
Skalarprodukt: 0
```

Achtung: hier erfolgt die Trennung zwischen den Vektoren durch ||

-----

## Kreuzprodukt, Vektorprodukt (VP)

$(4|2|3) \times (1|1|1)$

```
Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)F
VP||2|3|4||4|5|6||
Ausgabe
Vektorprodukt: (-2 | 4 | -2)
```

Achtung: hier erfolgt die Trennung zwischen den Vektoren durch ||

-----

## Determinante (DET|A| ...)

wird durch Eingabe in Matrizenschreibweise berechnet:

Die Matrix muss mit A bezeichnet werden.

---

zB:

Determinante von  $(2|3)$  und  $(5|2)$

DET und "Enter" → es erscheint DET|A|

```
Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)RCL | Spalten
DET |A||2|3||5|2||
Ausgabe
Determinante det(A) = -11
```

-----

## Addition von Vektoren in Matrizenschreibweise (MAT+A||...)

Die beiden Vektoren als Matrix A und Matrix B definieren

MAT+ und "Enter"

Jeder Eintrag einer Zeile ist durch | vom nächsten in dieser Zeile getrennt, eine neue Zeile beginnt mit ||

---

zB:

$$(4|2|3) + (1|1|1)$$

Eingabe als einzeilige Matrizen

```
Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)
MAT+A||4|2|3||B||1|1|1||
Ausgabe
C ||5|3|4||
```

---

$$(2|3|0) + (0|0|0)$$

Eingabe als einspaltige Matrizen

```
MAT+A||2||3||0||B||0||0||0||
Ausgabe
C ||2||3||0||
```

-----

## Subtraktion von Vektoren in Matrizenschreibweise (MAT-A||...)

Die beiden Vektoren als einzeilige oder einspaltige Matrizen A und B definieren

MAT+ und "Enter"

Jeder Eintrag einer Zeile ist durch | vom nächsten in dieser Zeile getrennt.

---

zB:

$$(4|2|3) - (1|1|1)$$

Eingabe als einzeilige Matrizen

```
Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)
MAT-A||4|2|3||B||1|1|1||
Ausgabe
C ||3|1|2||
```

-----

## Matrizen (MAT)

Bezeichnung der Matrizen bei der Eingabe mit A, B,

Die Ergebnismatrix heißt C

Der Eintrag von Matrizen erfolgt zeilenweise. Jeder Eintrag einer Zeile ist durch | vom nächsten getrennt, eine neue Zeile beginnt mit ||.

---

## Addition von Matrizen (MAT+)

Eingabe in Matrizenschreibweise als Matrix A und Matrix B erforderlich

---

zB:

Addition zweier 2 \*2 Matrizen

```
MAT+A|1|2||3|4||B||-1||-2||-3|-4||
<
Ausgabe
C ||0|0||0|0||
```

-----

## Subtraktion von Matrizen (MAT-)

Eingabe in Matrizenschreibweise erforderlich (einzeilig oder einspaltig)

---

zB:

Subtraktion zweier 2 \*2 Matrizen

```
MAT-A|1|2||3|4||B||-1||-2||-3|-4||
<
Ausgabe
C ||2|4||6|8||
```

-----

## Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar (SMAT)

**Hinweis: neu ab Version 4.3 (01.12.2018)**

Eingabe: SMAT|Skalar| \*A||...||

zB:

Skalar: 3,1; Matrix A: A||1|2||3|4||

Eingabe: SMAT|3,1|\*A||1|2||3|4|| alternativ: SMAT 3,1A||1|2||3|4||

Ausgabe: C||3,1|6,2||9,3|12,4||

-----

## Speichern von Matrizen (Vektoren)

bis zu 10 sind möglich, automatisch wird eine Matrix als m0 gespeichert:

---

zB:

A(1|2|3) B(-1|-2|-3)

Vektor A als m1; Vektotr B als m2

```
MAT m1=||1||2||3||  
Ausgabe
```

```
MAT m2=||-1||-2||-3||  
Ausgabe
```

Vektor A +B wird automatisch als m0 gespeichert, dann umspeichern als m3

```
MAT+m1m2  
Ausgabe
```

2 mal "Enter"

```
MAT+A||1||2||3||B||-1||-2||-3||  
Ausgabe  
C ||0||0||0||
```

```
MAT m3=m0  
Ausgabe
```

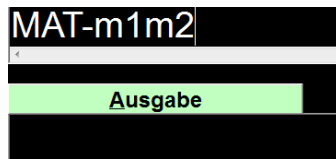
```
MAT m3  
Ausgabe
```

1 x "Enter"

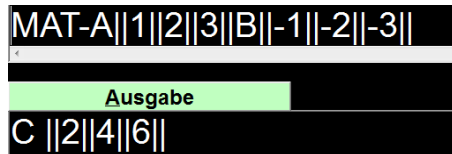
```
MAT m3= ||0||0||0||  
Ausgabe
```

---

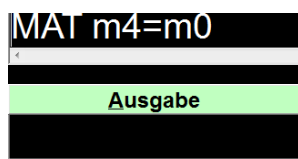
Vektor A minus A-B



2x"Enter"



Ergebnis als m4 speichern



-----

zB:

Parallelogramm: (Vektoren einzeilig (|| | | ||) oder einspaltig (|| || || ||)) eingeben)

A(2|4|6), B(7|4|8), C(10|11|14), D =?

MAT m1=||2||4||6|| --> A wird als m1 gespeichert

MAT m2=||7||4||8|| --> B wird als m2 gespeichert

MAT m3=||10||11||14|| --> C wird als m3 gespeichert

Vektor: BA =A -B --> wird automatisch als m0 gespeichert

MAT-m1m2

'vBA =(-5|0|-2)

MATm4 =m0 Vektor BA wird in den Speicher m4 gelegt

MAT+m3m4

D =C +'vBA

Ergebnis: Punkt D (5|11|12)

-----

## Statistik und Wahrscheinlichkeit

### Mittelwert und Standardabweichung berechnen (DAT)

strg d (DATEN), dann die einzelnen Werte eingeben

---

zB:

Daten: 5 5 5 15 15 15 --> 3 \*5, 3 \*15

Eingabe	Löschen der Eingabe	(1)STO	(2)RCL	Spalten
DATEN5 5 5 15 15 15				
.				
Ausgabe				
Mittelwert 10    StandardAbw. 5				

---

Daten: 3, 4, 5

Eingabe	Löschen der Eingabe	(1)STO	(2)RCL	Spalten
DATEN3 4 5				
.				
Ausgabe				
Mittelwert 4    StandardAbw. 0,8165				

---

### Ermittlung eines fehlenden Wertes bei bekanntem Mittelwert

**Hinweis: Erst ab Version 4.3 (01.12.2018) möglich!**

---

zB;

Mittelwert 8: Daten 2, 6,4, 10, ein fehlender Wert soll ermittelt werden.

Eingabe:DATEN MW 8|| 2|6|4|10| [ENTER]

Es erscheint:

Eingabe:DATEN 18| 2|6|4|10|

Ausgabe:Mittelwert 8 StandardAbw. 5,6569

Der fehlende Wert war: 18

---



### Erleichterte Eingabe, wenn mehrere Daten gleich sind.

Hinweis: Erst ab Version 4.3 (01.12.2018) möglich!

---

Mehrmals vorkommende Werte werden mit \*\* eingegeben.

---

zB:

Daten: 5 5 5 15 15 15 --> 3 \*5, 3 \*15

---

Eingabe: DATEN3\*\*5|3\*\*15

Ausgabe: Mittelwert 10 StandardAbw. 5

---

### Eingabe arithmetischer Terme zur Ermittlung einzelner Daten

Hinweis: Erst ab Version 4.3 (01.12.2018) möglich!

---

zB:

Eingabe: DATEN 13,1| (1-3/4)^2| 3/(4,8)|

Ausgabe: Mittelwert 4,5958 StandardAbw. 6,0177

-----

### Fakultät k! (fact)

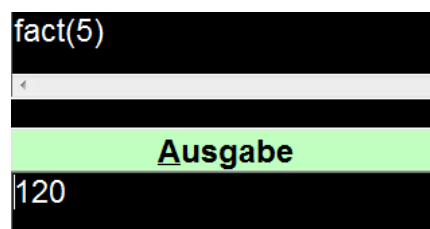
$k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdot \dots$

---

zB:

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

-----

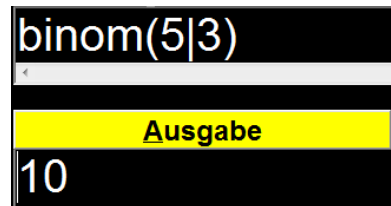


## Binomialkoeffizient (binco; binom)

5 über 3

binco(5|3) oder binom(5|3) - gleiche Bedeutung

-----



## Binomialverteilung konkretes Versuchsergebnis (Dbinom)

Wahrscheinlichkeit, dass genau k Erfolge bei n Versuchen bei einer Wahrscheinlichkeit p eintreten.

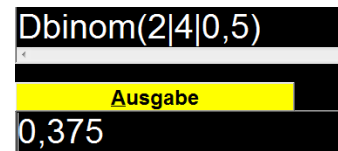
Dbinom(k|n|p)

---

zB:

Wahrscheinlichkeit, dass bei 4 Versuchen 2 erfolgreich sind, wenn die Wahrscheinlichkeit für einen Erfolg bei 50% liegt.

---



Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 20 Versuchen 18 Treffer erzielt werden, wenn die Erfolgsaussicht 90 % ist.

Eingabe: DBinom(18|20|0,9)

Ausgabe: 0,2851798

-----

## Binomialverteilung kumuliert (Cbinom)

Wahrscheinlichkeit, dass bis zu k Erfolge bei n Versuchen bei einer bestimmten Erfolgswahrscheinlichkeit p eintreten.

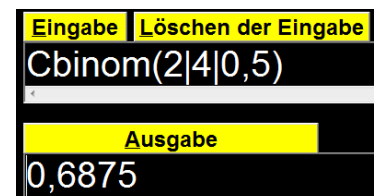
Cbinom(k|n|p)

---

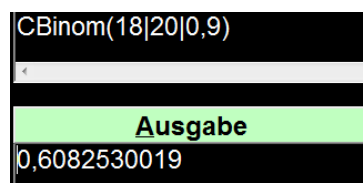
zB:

Wahrscheinlichkeit, dass bei 4 Versuchen 0,1 oder 2 erfolgreich sind, wenn die Wahrscheinlichkeit für einen Erfolg 50% ist.

-----



Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 20 Versuchen zwischen 0 und 18 Treffer erzielt werden, wenn die Erfolgsaussicht 90 % ist.



## Normalverteilung

DNORM(x|Mittelwert|Standardabweichung)

CNORM(x|Mittelwert|Standardabweichung)

---

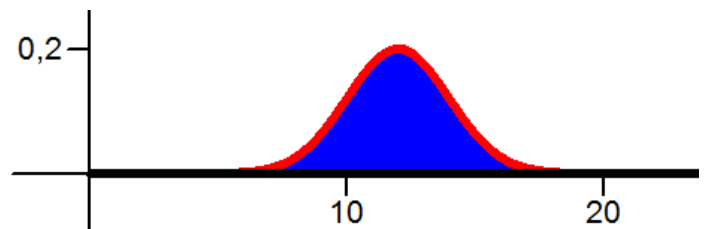
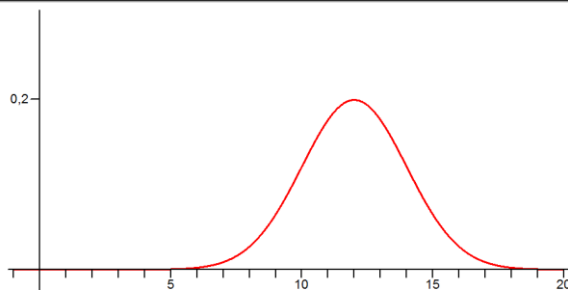
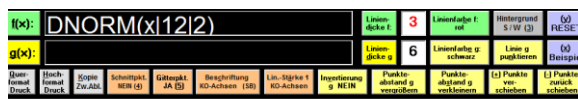
zB:

Versuchsergebnisse seien normalverteilt mit  $\mu = 12$  und  $\sigma = 2$

Eingabe im Grafikfenster: DNORM(x|12|2) x|y Grenzen beliebig anpassen

Die Glockenkurve füllen:

Eingabe im Grafikfenster: FillDNORM(x|12|2)

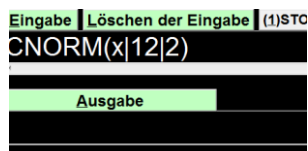


---

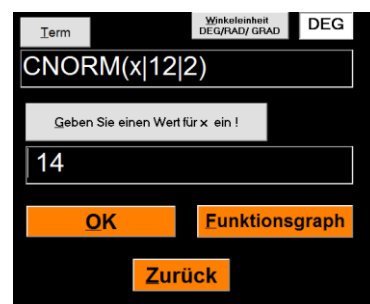
Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, für  $x \leq a$

$a = 14$

Eingabe: statt DNORM/ CNORM

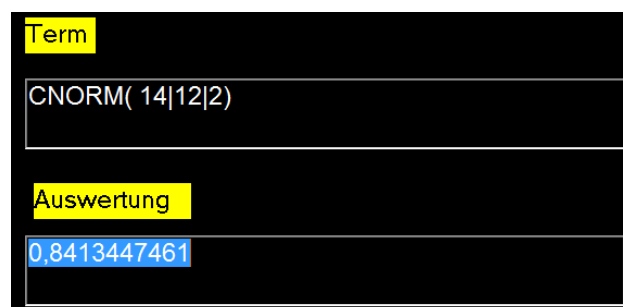


Es folgt die Aufforderung zur Eingabe eines Wertes



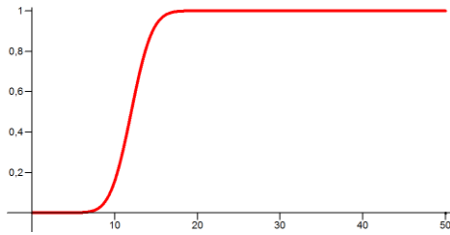
Nach der Auswahl folgt die Auswertung im Formblatt.

-----



Die graphische Darstellung der Wahrscheinlichkeitskurve:

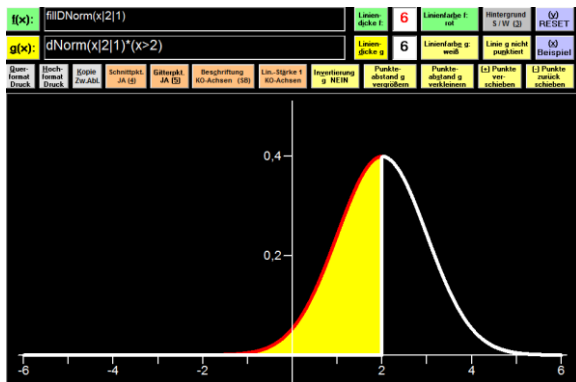
bei Eingabe:  $CNorm(x|12|2)$  - die Grenzen anpassen!



---

Gesucht ist die graphische Darstellung, dass bei  $\mu=2$ , und  $\sigma=1$ , ein Wert größer als 2 erreicht wird.

Um beide Graphen zeichnen zu können, muss "Schnittpunkt" ausgeschaltet sein!



-----

## Wertetabelle: Dichtefunktion der Normalverteilung (Glockenkurve)

DNorm(x|Mittelwert|Standardabweichung)

Eingabe: FUN-5|5|step0,1|DNorm(x|0|1)

Ausgabe im Formblatt:

Funktionswertetabelle

Funktion f:  $f(x) = \text{DNorm}(x,0,1)$

x | f(x)

-5 | 0,000001

-4,9 | 0,000002

...

4,9 | 0,000002

5 | 0,000001

-----

## Standardnormalverteilungstabelle

CNorm(x|Mittelwert|Standardabweichung)

Eingabe: FUN-5|5|step0,1|CNorm(x|0|1)

Funktionswertetabelle

Funktion f:  $f(x) = \text{CNorm}(x,0,1)$

x | f(x)

-5 | 0

-4,9 | 0

-4,8 | 0,000001

-4,7 | 0,000001

...

-0,2 | 0,42074

-0,1 | 0,460172

0 | 0,5

0,1 | 0,539828

0,2 | 0,57926

-----

## Summen bilden (SUM)

<b>Summe</b> $f(a)+f(a+h)+f(a+2h)+\dots+f(b)$	<b>TastenCode: [STRG] + [S]</b> <b>Eingabe: "SUM a  b  h  f(x)"</b>
--	--

---

zB:

$f(x) = x^2$ , Unterteilung des Intervalls  $[0; 2]$  in 4 Teilintervalle. Summe der Flächen ist gesucht. Es ergibt sich die Schrittweite 0,5

Eingabe: strg S

Ausgabe: **SUM a|b|step h| f**

Ersetzen der Variablen und "Enter"

```
SUM 0|2|0,5|x^2
Ausgabe
7,5
```

---

Gesucht ist die Summe der ersten 3 Glieder der geometrischen Reihe  $b_n = b_0$

$*(1/2)^n$  mit  $b_0 = 10$

$b_n = 10 * (1/2)^x$  Die Schrittweite muss 1 sein; die Anzahl der Glieder ist 1, 2, 3 ...

Intervall ist 0 bis 2, bei der Summe der ersten 3 Glieder  $b_0 + b_1 + b_2$

```
SUM 0|2|1|10*0,5^x
Ausgabe
17,5
```

-----

## Integral (INT)

Wenn der Befehl nicht bekannt ist: "Alt" x --> Integral --> "Enter" --> INTa|b|f  
sonst

INT und "Enter"

Es erscheint:

INT a|b|f

---

zB:

Berechnen des Integrals der Funktion  $-(x-2)^2 + 6$  zwischen den Nullstellen 0 und 2

INT 0|2|-(x-2)^2+6  
Ausgabe  
9,333333

---

Integral von  $f(x) = x^2$  im Intervall 0, 10

Eingabe: INT0|10|x^2

Ausgabe: 333,3333333

-----

Graphische Darstellung des Integrals:

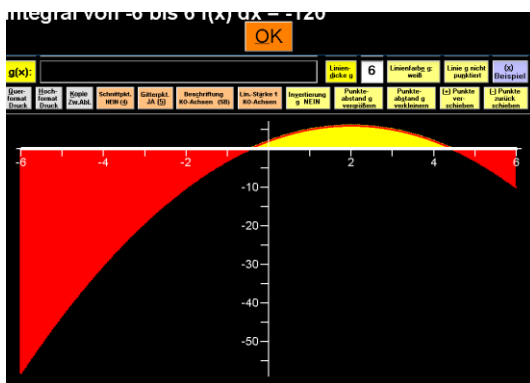
"fill" füllt die Fläche zwischen dem Graphen und der x-Achse.

Der Befehl "fill" kann nur bei  $f(x)$  eingegeben werden!

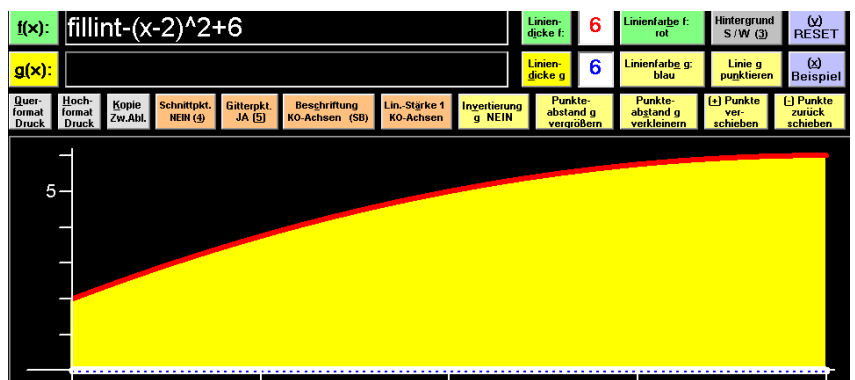
Die Grenzen auf den Achsen legen den dargestellten Bereich fest!

Fläche zwischen -6 und +6

Fläche zwischen den Nullstellen:



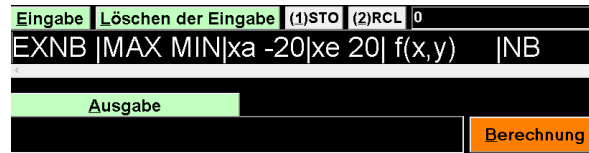
-----



## Extremwertberechnungen ("Strg" e)

Eingabe: "Strg" e

Ausgabe:



---

zB:

Länge und Breite eines Rechtecks sollen so bestimmt werden, dass es bei gegebenem Umfang 50 LE den maximalen Flächeninhalt hat.

Nebenbedingung:  $u = 50$

$$50 = 2x + 2y$$

Hauptbedingung:  $A$

$$f(x,y) = x \cdot y$$

---

Intervall gegebenenfalls anpassen, Hauptbedingung eingeben, Nebenbedingung in Form der linearen Gleichung (erst  $x$ , dann  $y$ , dann Zahl) eingeben.

Eingabe: "EXNB |MAX MIN|xa -20|xe 20| f(x,y) = x\*y|NB 2\*x+2\*y=50|"

Ausgabe: P\_max(12,5 | 12,5 | 156,25) (jetzige Version)

Ausgabe: "Maximum! f(12,5|12,5) = 156,25" (neue Version)

Die ersten beiden Werte geben die Seiten des Rechtecks, der 3. Wert die maximale Fläche  $A_{\max}$  an.

-----



## Anwendungen an konkreten Beispielen

Teilbeispiele (teilweise leicht verändert) aus veröffentlichten Übungsbeispielen oder Maturen auf der Internetseite "srdp.at"

---

### 1.) Ableitung

In den ersten Sekunden nach dem Absprung gilt für den Fallschirmspringer annähernd das Fallgesetz:

$$s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$t$  ... Zeit nach dem Absprung in s

$s(t)$  ... Fallstrecke zur Zeit  $t$  in m

$g$  ... Erdbeschleunigung,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Gesucht ist die Geschwindigkeit nach 1,5 Sekunden:

---

$$v = s'(t)$$

$$v = s'(1,5)$$

Gesucht ist der Wert der Ableitung der Funktion  $s$  an der Stelle 1,5

Umschreiben der Funktion:  $9,81/2 \cdot x^2$

```
ABL|1,5|9,81/2*x^2
Ausgabe
14,715
```

-----

## 2.) Gleichungen

Der Höhenmesser des Fallschirmspringers zeigt 60 Sekunden nach dem Absprung eine Meereshöhe von 1300 Metern an. Ab dieser Meereshöhe sinkt der Fallschirmspringer jeweils 100 Meter in 14 Sekunden.

Dabei soll die Meereshöhe des Fallschirmspringers (in Metern) in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  (in Sekunden) durch eine Funktion  $h$  beschrieben werden.

---

-) Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion  $h$ . Wählen Sie  $t = 0$  für den Zeitpunkt 60 Sekunden nach dem Absprung.

---

$$h(t) = 1300 - 100/14 * t$$

---

Der Fallschirmspringer landet auf einem Feld, das auf einer Meereshöhe von 350 Metern liegt.

---

-) Berechnen Sie, wie lange der gesamte Fallschirmsprung (vom Absprung bis zur Landung) dauert.

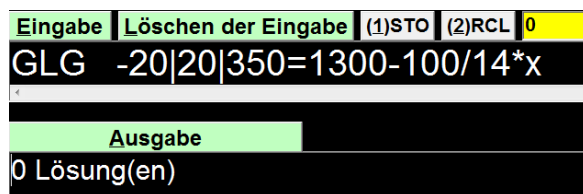
---

$$350 = 1300 - 100/14 * t$$

---

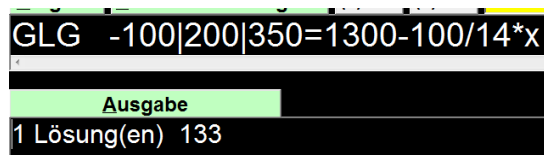
Eingabe: strg g für lineare Gleichung in x: statt  $t$  wird  $x$  geschrieben.

Das voreingestellte Intervall gibt keine Lösung



```
Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)RCL | 0
GLG -20|20|350=1300-100/14*x
Ausgabe
0 Lösung(en)
```

Das Intervall muss angepasst werden!



```
GLG -100|200|350=1300-100/14*x
Ausgabe
1 Lösung(en) 133
```

-----

### 3.) Lineare Gleichungen

Katharina und Georg arbeiten als Pflegekräfte in einem Heim. Sie bekommen das gleiche monatliche Grundgehalt. Im Februar lag in diesem Heim ein besonderer Arbeitsbedarf vor. Georg leistete 14 Überstunden, Katharina leistete 46 Überstunden. Ihr jeweiliges Gesamtentgelt setzt sich aus dem Grundgehalt und der Abgeltung für die geleisteten Überstunden zusammen. Jede Überstunde wird dabei gleich abgegolten.

Das Gesamtentgelt von Georg betrug im Februar € 2617, jenes von Katharina betrug € 3433.

x ... Grundgehalt in €

y ... Abgeltung für eine Überstunde in €

---

-) Berechnen Sie das Grundgehalt und die Abgeltung pro Überstunde in €.

$$x + 14 \cdot y = 2617$$

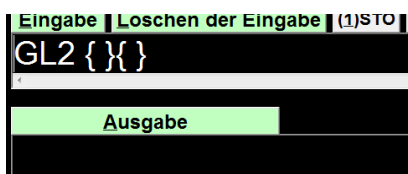
$$x + 46 \cdot y = 3433$$

---

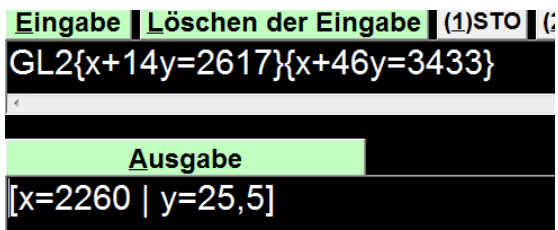
1. Weg: 2 Gleichungen in 2 Unbekannten:

Eingabe: GL2 und "Enter"

Es erscheint:



Eingabe der Gleichungen und "Enter"



2. Weg:

Lösung mithilfe des Matrixverfahrens Gauss-Jordan

Koeffizienten sind:

1    14    2617

1    46    3433

Es sind 2 Unbekannte -->

Eingabe: GAUSS2

```
GAUSS2||1|14|2617||1|46|3433||
<
Ausgabe
| 2260 | 25,5 |
```

Zusätzlich im Formblatt:

Das Gleichungssystem besitzt die Lösung  $x = (x_{(1)} \dots x_{(2)})$ :  
 $x_{(1)} = 2260$   
 $x_{(2)} = 25,5$

-----

#### 4.) Pythagoras

Der Aufzug eines Pflegeheims hat eine rechteckige Grundfläche mit einer Länge von 4 m und einer Breite von 2,8 m. Ein Pflegebett fährt auf beweglichen Rollen und hat die Außenmaße 2,4 m x 1,1 m (Abb. 2b)

-) Berechnen Sie, ob es möglich ist, das Bett im Aufzug um 180° zu drehen.

$$\text{Diagonale} = (2,4^2 + 1,1^2)^{0,5}$$

```
(2,4^2+1,1^2)^0,5
Ausgabe
2,64008
```

oder

```
Eingabe | Löschen der Eingabe |
sqrt(2,4^2+1,1^2)
Ausgabe
2,64008
```

-----

## 5.) Exponentialgleichung

In der Genussformel betrachtet Gruber den Genuss beim Essen als messbare Größe mit Werten von 0 (kein Genuss) bis 1 (maximaler Genuss). Für die Abhängigkeit des Genusses von der Anzahl der Geschmacksrichtungen auf einem Teller gibt Gruber folgende Funktion G an:

$$G(n) = e^{-(n-3)^2/0,2746}$$

n ... Anzahl der unterschiedlichen Geschmacksrichtungen auf dem Teller

G(n) ... Genuss bei n unterschiedlichen Geschmacksrichtungen auf dem Teller

---

-) Ermitteln Sie diejenige Anzahl an unterschiedlichen Geschmacksrichtungen, bei der man laut Gruber den maximalen Genuss hat.

$$[G(n) = 1$$

$$1 = e^{-(n-3)^2/0,2746}]$$

GLG -20|20|1=exp(-(x-3)^2/0.2746)

Ausgabe  
"Berechnung nicht durchführbar!"

Eingabe Löschen der Eingabe (1)STO (2)RCL 0  
ALG1=exp(-(x-3)^2/0.2746)  
Ausgabe  
Polynomgrad>9; Berechnung nicht möglich!

$$1 = e^{-(n-3)^2/0,2746}$$

$$\ln 1 = -(n-3)^2/0,2746$$

$$-\ln 1 \cdot 0,2746 = (n-3)^2$$

$$\sqrt{-\ln 1 \cdot 0,2746} + 3 = n$$

sqrt(-ln(1)\*0,2746)+3  
Ausgabe  
3

-----

## 6.) Exponentialgleichung

Ein Ei einer bestimmten Größe wird gekocht. Der zeitliche Verlauf der Innentemperatur wird mithilfe der Funktion T modelliert:

$$T(t) = 100 - 192 \cdot e^{(-25 \cdot t/81)} \text{ mit } t \geq 3$$

t ... Kochzeit in min

T(t) ... Innentemperatur zur Zeit t in °C

---

Berechnen Sie, nach welcher Kochzeit eine Innentemperatur von 84 °C erreicht wird.

Eingabe: strg g und umschreiben des e

```
GLG -20|20|100-192*e#^(-25*x/81)=84
```

```
Ausgabe
```

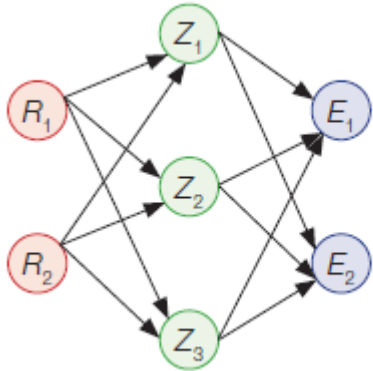
```
1 Lösung(en) 8,0510975453
```

-----

## 7.) Matrizen

Beispiel B\_162 Gonzintograph und Matrizen (BHS)

Rohstoffe - Zwischenprodukte - Endprodukte:



	Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Z <sub>3</sub>
R <sub>1</sub>	10	5	0
R <sub>2</sub>	15	0	25

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>
Z <sub>1</sub>	30	35
Z <sub>2</sub>	25	20
Z <sub>3</sub>	0	10

-) Berechnen Sie den Bedarf an Rohstoffen für die Endprodukte pro Mengeneinheit.

RZ Matrix: MAT (2|3) --> 2 Rohstoffe, 3 Zwischenprodukte

A||10|5|0||15|0|25||

ZE Matrix: MAT (3|2) --> 3 Zwischenprodukte, 2 Endprodukte

B||30|35||25|20||0|10||

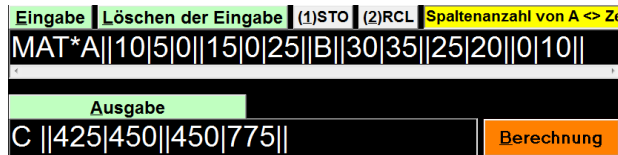


Bedarf pro Mengeneinheit

$RZ * ZE = RE \rightarrow R \dots$  Zeilen,  $E \dots$  Spalten

Eingabe: MAT\*"Enter", Bezeichnung der Matrizen mit A, B, C

Abstände vor und nach den Zahlen können je nach Bedarf gesetzt werden



1. Spalte: Für E1: 425 R1 +450 R2

Für E2: 450 R1 +775 R2

-----

Es sollen 200 ME von  $E_1$  und 350 ME von  $E_2$  verkauft werden. Die nachgefragten Mengen von  $E_1$  werden zu einem Preis von € 4 pro ME und jene von  $E_2$  zu € 3,50 pro ME verkauft.

Berechnen Sie die Gesamteinnahmen.

Nachfrage: 200 E1, 350 E2

Preis: E1 ... 4 €,

Preis je E2: 3,5 €

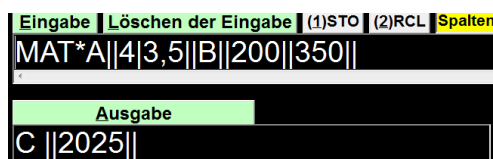
1. Weg mit Matrizen:

Mat A (1|2)

MAT B (2|1) Anzahl der Endprodukte

A||4|3,5||

B||200||350||



----

2. Weg mit Skalarprodukt von Vektoren

Anzahl: (200|350)

Preis: (4|3,5)

Eingabe: SP für Skalarprodukt - es werden aber 3 Koordinaten verlangt!

```
Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)RCL | Spalter
SP(200|350)(4|3,5)
Ausgabe
Eingabe nicht korrekt !
```

Daher ergänzen:

```
Eingabe | Löschen der Eingabe | (1)STO | (2)RCL | Spalter
SP(200|350|0)(4|3,5|0)
Ausgabe
Skalarprodukt: 2025
```

---

3. Weg:

$200 * 4 + 350 * 3.5$

```
Eingabe | Löschen der Eingabe | (
200*4+350*3,5
Ausgabe
2025
```

-----

- Berechnen Sie das Produkt der beiden Matrizen  $\begin{pmatrix} 30 & 35 \\ 25 & 20 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 200 \\ 350 \end{pmatrix}$ .
- Erklären Sie, welchen Typ von Matrix das Ergebnis darstellt.
- Interpretieren Sie, welche Aussagen über die oben beschriebene Produktion aus der berechneten Matrix abgelesen werden können.

Gesucht: Produkt

ZE MAT (3|2) -->3 Zwischenprodukte, 2 Endprodukte

B||30|35||25|20||0|10||

und

MAT (2|1) Bestellung Endprodukte

||200||350||

Ergebnis

MAT(3|1) 3 Zwischenprodukte jeweils Gesamtzahl

Eingabe	Löschen der Eingabe	(1)STO	(2)RCL	Spaltenanzahl von A <> Z
MAT*A  30 35  25 20  0 10  B  200  350				
Ausgabe				
C   18250  12000  3500				Berechnung

-----

## 8.) Mittelwert

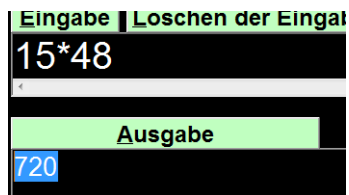
### Mittelwert/Standardabweichung

Klasse	Zustellzeit in Minuten	Klassenmitte	absolute Häufigkeit
1	[0; 10[	5	4
2	[10; 20[	15	48
3	[20; 30[	25	27
4	[30; 40[	35	11
5	[40; 50[	45	5
6	[50; 60[	55	5

---

-) Berechnen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung

Einzelne Angaben können bei Bedarf in den Termevaluator und Ergebnisse können in die Worddatei kopiert werden.



$$15 \cdot 48 = 720$$

---

Berechnen des Mittelwerts "händisch"

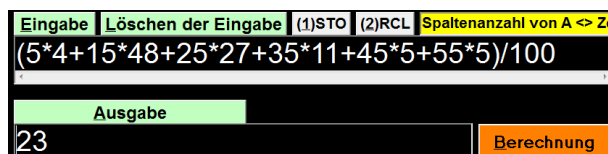
Mittelwert und Standardabweichung können mit der Funktion "DATEN" nur berechnet werden, wenn jeder Wert einzeln eingegeben wird.

In diesem Fall müssten 100 Daten einzeln eingegeben werden.

---

**Hinweis: An einer Möglichkeit, die Eingabe zu erleichtern, wird gearbeitet.**

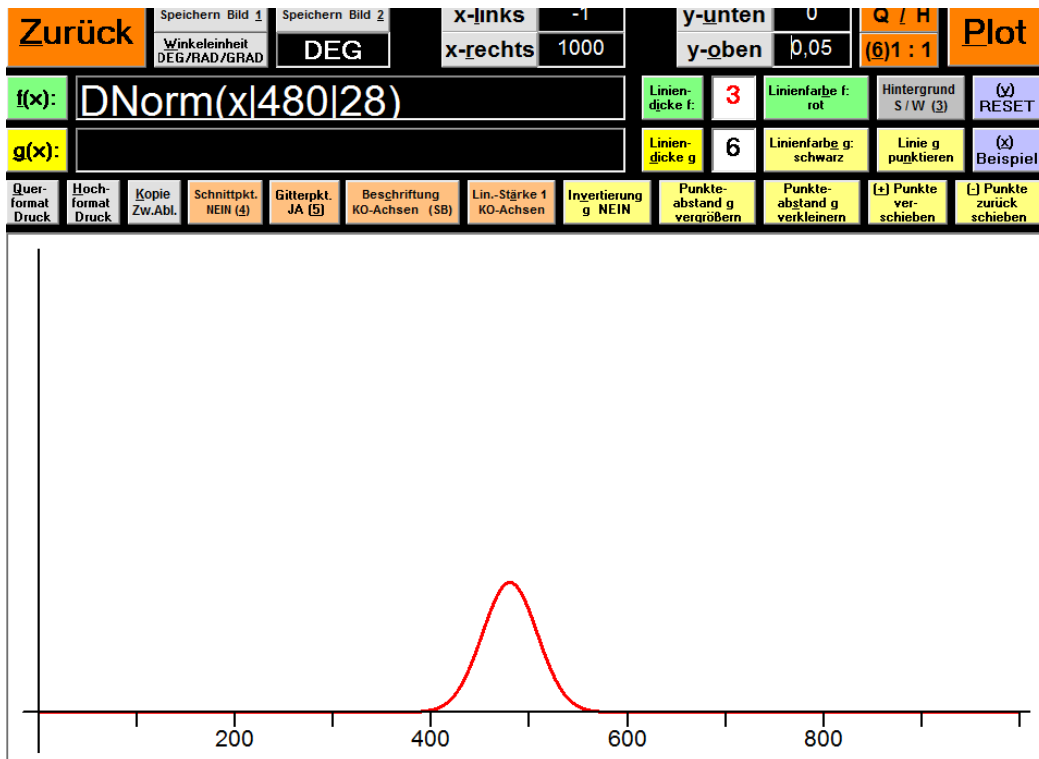
---



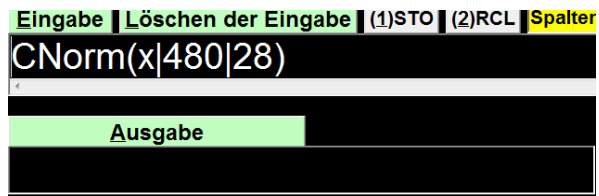
---

## 9.) Normalverteilung

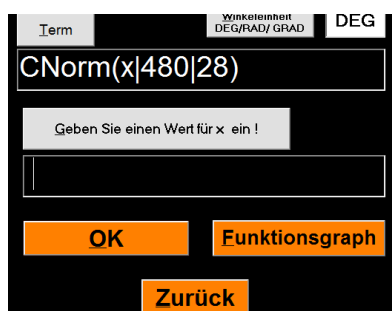
Die Masse der Pizzen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu = 480$  g und der Standardabweichung  $\sigma = 28$ . Stellen Sie die Dichtefunktion dar.



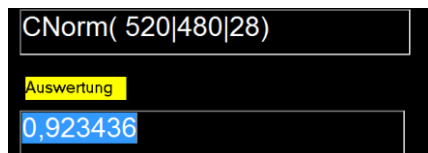
-) Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Masse einer zufällig ausgewählten Pizza unter 520 g liegt.



nach "Enter" erscheint:



Nach Eingabe der Zahl 520 und "Enter" wird die Wahrscheinlichkeit berechnet:



-) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Masse zwischen 480 g und 520 g liegt.

1. Weg:

Bereits errechneter Wert für bis zu 520 g und dann den Wert für bis zu 480 g

The screenshot shows a software interface with a black background. At the top, there is a yellow label 'Term' above a white input field containing the text 'CNorm( 480|480|28)'. Below this is another yellow label 'Auswertung' above a white input field containing the value '0,5'. At the bottom right, there is a small orange box with the text 'Protokolleintrag (Term und Auswertung)'. At the bottom center, there is a larger orange button with the text 'OK'.

Differenz:

$$0,9234 - 0,5 = 0,4234.$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 42,34 %

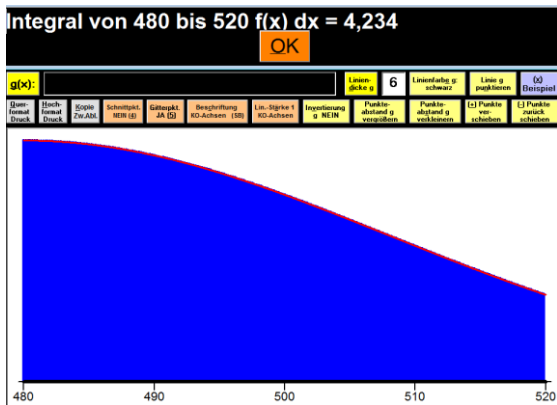
---

## 2. Weg

Diese Ergebnisse verstehe ich nicht! Es stimmt nicht!

Winkeleinheit DEG/RAD/GRAD DEG	Stellenzahl 6/10/14 6	Runden auf 0 für $ x  < 1E-12$ NEIN	Schrift- größe 29	Schrift- farbe W	ENDE
Eingabe Löschen der Eingabe (1)STO (2)RCL Spaltenanzahl von A <-> Z					
INT xx480 520 DNorm(x 480 28)					
Ausgabe					
0,923436					Berechnung

Eingabe Löschen der Eingabe (1)STO (2)RCL Spaltenanzahl von A <-> Z					
INT xx480 520 DNorm(x 480 28)					
Ausgabe					
Integral existiert nicht! Funktion nicht					Berechnung
Index	Hilfe	Übersicht	Ausgabe in Zwischenablage		
Einstellung	Hinter- grundfarbe	Protokoll in Zwischenablage	Protokoll löschen	Protokolleintrag (Ein- und Ausgabe)	Automatisch Protok. Eintrag EINSCHALTEN
(F1)Funktionsauswertung			(F2)Funktionsgraph		





## 10.) Flächenberechnung

Begrenzung einer Fläche

Der Inhalt derjenigen Fläche, die vom Graphen der Funktion  $f: x \rightarrow x^2$ , der positiven  $x$ -Achse und der Geraden mit der Gleichung  $x = a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) eingeschlossen wird, beträgt 72 Flächeneinheiten.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den Wert  $a$ !

$$72 = \int_0^a x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{a^3}{3} \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a = 6$$

Hinweis: Anfrage, wie dies besser gelöst werden könnte, wurde bereits an Dr. Sponheimer gestellt.

Nach der händischen Integration ( $x^3/3$ ) wurde die Lösung mit einer Gleichung berechnet.

```
GLG -20|20|x^3/3=72
*
Ausgabe
1 Lösung(en) 6
```

-----

## 11.) Wirtschaftsmathematik - System linearer Gleichungen

Konfiserie (1)					
Aufgabennummer: B_196					
Technologieinsatz:      möglich <input type="checkbox"/> erforderlich <input checked="" type="checkbox"/>					
Eine Konditorei möchte Pralinen aus Eigenproduktion anbieten. Um die Nachfrage abschätzen zu können, werden zunächst 4 verschiedene Bonbonnieren ( $B_1, B_2, B_3, B_4$ ) aus 4 Sorten Pralinen (Marzipan, Nougat, Kokos, Krokant) angeboten. Die folgende Tabelle gibt an, wie viel Stück einer jeden Pralinsorte in jeder Bonbonniere enthalten sind:					
		Bonbonnieren			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
Pralinen-Sorten	Marzipan	5	3	4	4
	Nougat	4	3	5	0
	Kokos	2	3	3	4
	Krokant	1	3	0	4
a) Aus 181 Marzipanpralinen, 142 Nougatpralinen, 144 Kokospralinen und 97 Krokantpralinen wurden Bonbonnieren zusammengestellt. – Berechnen Sie, wie viele Bonbonnieren der Sorten $B_1, B_2, B_3$ und $B_4$ mit diesen Pralinen hergestellt werden können.					

Lösung mithilfe des Gauss-Jordan-Verfahrens:

Eingabe: GAUSS4||5|3|4|4|181||4|3|5|0|142||2|3|3|4|144||1|3|0|4|97||

[ENTER]

Ausgabe: | 8 | 15 | 13 | 11 |

-----

## 12.) Gleichungssystem mit Potenzen

$$I: 5000 = a \cdot e^{(-b \cdot 1)}$$

$$II: 4000 = a \cdot e^{(-b \cdot 2)}$$

---

Reduktion auf eine Unbekannte:

$$5000/4000 = e^{(-b \cdot 1)} / e^{(-b \cdot 2)}$$

Dann umschreiben in:

$$5000/4000 = e^{(-x)} / e^{(-2 \cdot x)}$$

$$\text{Eingabe: GLG } -20|20|5000/4000=e^{(-x*1)}/e^{(-x*2)}$$

Ausgabe: 1 Lösung(en) 0,223144

$$\text{--> } b = 0,223144$$

Einsetzen in I:(Intervall anpassen)

Intervall anpassen - Berechnung dauert länger:

$$\text{Eingabe: GLG } -20|8000|5000 = x \cdot e^{(-0,223144)}$$

Ausgabe: 1 Lösung(en) 6250,00028

-----

Schneller:

Händische Berechnung der Einzelschritte:

$$5000/4000 = 1,25$$

$$e^{(-b)} / e^{(-2b)} = e^b$$

$$e^b = 1,25$$

$$b = \ln 1,25$$

$$\text{Eingabe: } \ln 1,25$$

Ausgabe: 0,223144

$$\text{Eingabe: } 5000/e^{(-0,223144)}$$

Ausgabe: 6250

-----

### 13.) Beispiele, die effektiver ohne TE berechnet werden sollten

-) (Teilbeispiel einer Matura) In der Genussformel betrachtet Gruber den Genuss beim Essen als messbare Größe mit Werten von 0 (kein Genuss) bis 1 (maximaler Genuss). Für die Abhängigkeit des Genusses von der Anzahl der Geschmacksrichtungen auf einem Teller gibt Gruber folgende Funktion G an:

$$G(n) = e^{-(n-3)^2/0,2746}$$

n ... Anzahl der unterschiedlichen Geschmacksrichtungen auf dem Teller

G(n) ... Genuss bei n unterschiedlichen Geschmacksrichtungen auf dem Teller

---

-) Ermitteln Sie diejenige Anzahl an unterschiedlichen Geschmacksrichtungen, bei der man laut Gruber den maximalen Genuss hat.

----

Lösungsansatz:

$$e^x < 1 \text{ für } x < 0$$

$$e^x = 1 \text{ für } x = 0$$

$$e^x > 1 \text{ für } x > 0.$$

Es ist zu prüfen, welches Vorzeichen der Exponent  $x = -(n-3)^2/0,2746$  hat.

Entscheidend ist der Faktor:  $-(n-3)^2$ .

Exponent  $x = 0$  für  $n=3$ ; in allen anderen Fällen ( $n \neq 3$ ) ist der Exponent negativ.

Damit ist G(n) maximal (=1) für  $n=3$ .

----

Mit Hilfe der Analysis (Extremwertaufgabe) wäre diese Aufgabe auch zu lösen, aber zeitaufwändiger!

-----

-) Der Inhalt derjenigen Fläche, die vom Graphen der Funktion  $f: x \mapsto x^2$ , der positiven x-Achse und der Geraden mit der Gleichung  $x = a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) eingeschlossen wird, beträgt 72 Flächeneinheiten.

$$72 = \int_0^a x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{a^3}{3} \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a = 6$$

Berechnung ohne TE wird empfohlen.

-----